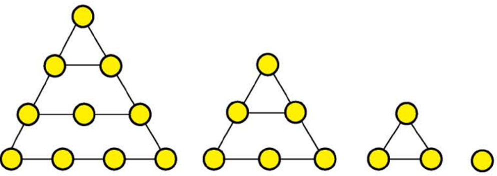
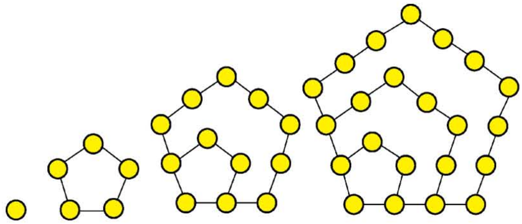
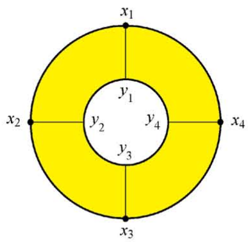
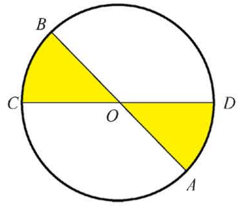


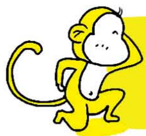
引领数学风暴



我超喜欢的趣味数学书

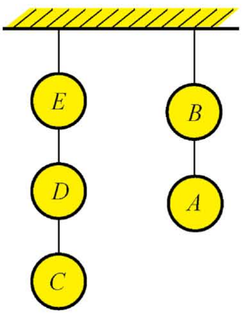


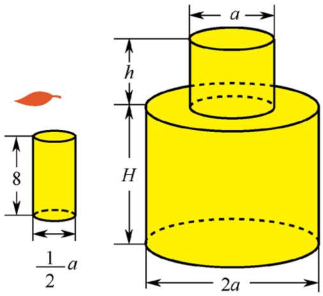




初中一年级

邢治　王琦　邢书田　编著





初中数学思维培养经典读物

趣题详解，集知识性、趣味性、娱乐性于一体

别把数学想象为硬邦邦的、胡搅蛮缠的、令人讨厌的、有悖于常识的东西，它只不过是赋予常识以灵性的东西。

——（英）开尔文

電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

引领数学风暴

我超喜欢的趣味数学书

初中一年级

邢　治　王　琦　邢书田　编著

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京 • BEIJING

图书在版编目（CIP）数据

我超喜欢的趣味数学书. 初中一年级 / 邢治，王琦，邢书田编著. —北京：电子工业出版社，2013.7
（引领数学风暴）

ISBN 978-7-121-20387-9

Ⅰ. ①我…　Ⅱ. ①邢…　②王…　③邢…　Ⅲ. ①中学数学课—初中—课外读物　Ⅳ. ①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2013）第 098218 号

策划编辑：贾　贺　　徐云鹏
责任编辑：张　京　　文字编辑：张岩雨
印　　刷：
装　　订：
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编　100036
开　　本：720×1 000　1/16　印张：7.75　字数：186 千字
印　　次：2013 年 7 月第 1 次印刷
定　　价：22.80 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线：（010）88258888。

编 者 的 话

本套丛书参照九年义务教育初中数学教学大纲，在初中代数和初中几何的教学要求框架下编写而成。它涵盖算术趣题、代数趣题、几何趣题、组合趣题、数论趣题、图论趣题、概率趣题、分割趣题、博弈趣题和逻辑趣题等趣味数学各个领域。趣题详解，集知识性、趣味性、娱乐性于一体，最大限度地满足初中学生乃至所有数学爱好者对数学学习的向往。

正如古希腊人所说，人类知识殿堂是由两根柱子支撑的，一根是文学，一根是数学。教育的目的是教人智慧，数学令人“智”，文学使人“慧”；“智”是逻辑推理，“慧”是直觉顿悟。本套丛书是数学与文学的有机结合。

本套丛书具有重大教育学价值，趣题就是“聪明”的象征，兴趣刺激创造，创造获得成果。这一点将被更多的教师、家长、学生和所有数学爱好者所认识。正如曾获得国际性数学最高奖——“菲尔兹奖”的符拉基米尔·弗沃特斯基所说：“数学很美，数学很有趣，数学很有竞争性，它是世界上最聪明的人玩的游戏”。

本套丛书分三册：初中一年级、初中二年级和初中三年级。真诚地希望让每一朵鲜花都绽开希望，让每一片绿叶都摇曳出生机！让每一位读者都站在数学的肩膀上开创未来！

本书编者

2013 年 5 月

目　录

一、算术趣题——有理数及其运算

整数和分数统称为有理数，任何一个有理数都可以写成分数 m/n（m，n 都是整数，且 $n\neq 0$）的形式．故有理数又称作分数．分数希腊文称为$\lambda_o\Upsilon_o$，原意为“成比例的数”（rational number）的意思，但中文翻译不恰当，逐渐变成了“有道理的数”．

有理数可包括：

（1）整数：正整数、0、负整数统称为整数；

（2）分数：正分数、负分数统称为分数．

任何一个有理数都可以用数轴上的点来表示．其中包括整数和通常所说的“分数”，此“分数”乃有限小数或无限循环小数．

01．电子跳蚤

电子跳蚤落在数轴上的某点，第一步从 K_0 向左跳 1 个单位到 K_1，第二步从 K_1 向右跳 2 个单位到 K_2，第三步从 K_2 向左跳 3 个单位到 K_3，第四步由 K_3 向右跳 4 个单位到 K_4，……，按以上规律跳了 100 步时，电子跳蚤落在数轴上的点 K_{100}，且所表示的数恰好是 19.94，试求电子跳蚤的初始位置 K_0 所表示的数．

解析：向左记为负，向右记为正，设 K_0 所表示的数为 x，则有：

$x-1+2-3+4-5+6-\cdots+100=19.94$

而 $-1+2=1$，$-3+4=1$，$-5+6=1$，…，$-99+100=1$（共 50 对）

所以 $x+50=19.94$，$K_0=19.94-50=-30.06$，因此 K_0 所表示的数即为 -30.06.

答：电子跳蚤的初始位置 K_0 为 -30.06.

02．斐波切那数列

斐波切那数列 1，1，2，3，5，8，13，21，34，…每一项都是前两项的和，问前 2004 项共有多少个偶数？

解析：这个题最后的数字很大，肯定会出现周期规律．重要的不是每一项是多

少而是其奇偶性. 我们注意如下基本规律:

奇数+偶数=奇数

奇数+奇数=偶数

偶数+偶数=偶数

偶数+奇数=奇数

这个数列的奇偶是按奇数，奇数；偶数，奇数；奇数，偶数排列的. 每 3 个一循环. 2004 个数共 2004 ÷ 3=668 组，每组只有 1 个偶数，所以一共 668 个偶数.

答：前 2004 项有 668 个偶数.

03. 整数和偶数

问：整数和偶数哪一种多？

解析：

我们可以把整数排成一队：0，−1，1，−2，2，−3，3，…，$-n$，n，…

然后再把偶数也排成一队：0，−2，2，−4，4，−6，6，…，$-2n$，$2n$，…

现在让第一队中的 0 与第二队中的 0 对应起来，第一队中的 −1 与第二队中的 −2 对应；第一队中的 1 与第二队中的 2 对应；…，第一队中的 $-n$ 与第二队中的 $-2n$ 对应；第一队中的 n 与第二队中的 $2n$ 对应，…，你看，从这种一一对应的关系中，我们马上可以发现，第一队中的每个数都与第二队中的某个数相对应，而第二队的每个数都与第一队的某个数相对应，两个队伍都没有任何一个数剩下来，既然如此，你能说整数比偶数多吗？看来不能. 这就是说：整数与偶数同样多！

答：整数和偶数一样多.

注：这似乎有悖常理了，部分竟然等于全体！但这却是事实！这告诉我们，“无限”是不能用“有限”中的法则来衡量的，许多对“有限”成立的定理对“无限”却未必成立.

04. 温馨四季

春夏×秋冬=夏秋春冬，春冬×秋夏=春夏秋冬.

式中，春、夏、秋、冬各代表四个不同的 0～9 之间的数字，你能指出它们各代表什么数吗？

解析：因为：秋夏<100，春冬 × 100=春冬 00>春夏秋冬

所以：冬＞夏，且积千位⩽春，即春＞夏：

当 夏≠1 时，根据九九表和冬＞夏知：冬=5，夏=3

若 春⩾6，由春 3 × 秋 5=3 秋春 5＜4000 可知 秋＜7.

春 5 × 秋 3＜春 000 无解.

若 春＜6 春≠5 且春＞夏=3 所以 春=4 45 × 秋 3=43 秋 5 无解

所以 夏=1 因为 春冬 × 秋 1=春 1 秋冬，所以秋>5

春 1 × 秋冬=1 秋春冬，所以春⩽3，当春=3 时，秋=6，3 冬 × 61=316 冬，无解.

因为 春>夏、且春<3，所以 春=2

答：春=2，夏=1，秋=8，冬=7.

05. 韩信分油

韩信是汉高祖刘邦手下的大将，不但善于用兵打仗，而且精通天文、地理和数学.

有一次，韩信在行军途中偶遇两个合伙卖油的商人．这两个商人争论不休，急得满脸通红．韩信驱马上前一问，原来是为了一件小事．这两个商人做生意剩下 10 公斤油，打算平分了，可没有带秤，只有一个能盛 10 公斤的油篓、一个能盛 7 公斤的油罐和一个能盛 3 公斤的油葫芦．两个人折腾了半天也没能把这 10 公斤油分好，便互相抱怨起来.

韩信问明原因后，在马背上略加思索，便想出了分油的办法．他笑着对这两个商人说：“好办，好办．葫芦归罐罐归篓，分好油来回家走．”说完他便扬鞭催马而去．两个商人一头雾水，抓耳挠腮好一阵子，才恍然大悟．按照韩信的办法，他们很快就把油分好，高高兴兴回家去了．从此，“韩信分油”的故事就广泛流传开来.

人们在对韩信的智慧钦佩之余，不禁要问：这“葫芦归罐罐归篓”到底是怎么一回事呢？

解析：“葫芦归罐罐归篓”就是把油篓中的油通过油葫芦倒到油罐中，当油罐被灌满时，再将油罐中的油全部倒到油篓中.

具体倒法是：从油篓中往油葫芦里倒三次，前两次油葫芦中的油全部倒到油罐中，第三次油葫芦中的油只能往油罐中倒 1 公斤，油罐就满了；将油罐中的油全部倒回油篓，再将油葫芦中剩下的 2 公斤油倒到油罐中；从油篓中往油罐中倒一葫芦油（3 公斤），这时，油篓和油罐中便各有 5 公斤油．问题因此得以解决.

答：见下表：

步数	油篓 10kg	油罐 7kg	油葫芦 3kg
0	10	0	0
1	3	7（+1）	0
2	3	4	3（−1）
3	6	4	0
4	6	1	3（−1）
5	9	1	0
6	9	0	1
7	2	7（+1）	1
8	2	5	3（−1）
9	5	5	0

注：韩信分油是不定方程问题，其方程为：$7x+3y=5$，解为：$x=2$，$y=-3$．这里 x 和 y 取正值，也可取负值．正值表示倒满某个小容器的次数且首先将此容器倒满，负值表示从满油小容器倒出的次数．

06．砝码问题

一位商人有一个 40 磅的砝码，由于跌落在地上而碎成四块．后来，称得每块碎片的重量都是整磅数，而且可以用这四块来称 1～40 磅之间的任意整数磅的重物．问这四块砝码碎块各重多少？

解析：这个问题就是所谓“德・梅齐里亚克的砝码问题”（The Weight Problem of Bachet de Meziriac）．涉及所谓“平衡三进制”的问题．平衡三进制，也叫对称三进制，是一种以 3 为基数，各个三进制位权重为 3^0，3^1，3^2，…，3^n，以 −1，0，1 为基本数码的三进制计数体系．n 位三进制数表示的范围是：$-\dfrac{3^n-1}{2}\sim\dfrac{3^n-1}{2}$．

需要明白的是，一个砝码可以放在要称量的物品的同侧，也可以放在对侧，当然也可以不放．砝码的三种状态可以表示为：不放（0）、放在物品对侧（+1）、放在物品同侧（−1）．

因此各个砝码碎片的重量就是各个平衡三进制数位的权重（3^0，3^1，3^2，3^3 个问题就是所谓“德・梅齐里亚克的砝码问题”（The Weight Problem of Bachet de Meziriac），即 1，3，9，27．

答：这四块砝码碎块重量分别是 1，3，9，27．

07．高处不胜寒

苏轼：（1037—1101）北宋文学家、书画家．苏轼的词《水调歌头》：

明月几时有？把酒问青天．不知天上宫阙，今夕是何年？我欲乘风归去，又恐琼楼玉宇，高处不胜寒．起舞弄清影，何似在人间！转朱阁，低绮户，照无眠．不应有恨，何事长向别时圆？人有悲欢离合，月有阴晴圆缺，此事古难全．但愿人长久，千里共婵娟．

其中："我欲乘风归去，又恐琼楼玉宇，高处不胜寒．"表面是说"我本来是神仙境界中来的，现在想随风回到天上神仙住的'琼楼玉宇'中去，但是又怕经受不住天上的寒冷……，表现出诗人对现世的热爱与眷恋．"

在自然界里，的确是高处不胜寒！

丽江玉龙雪山是北半球最接近赤道的山脉．它由13座山峰组成，海拔均在5000米以上，主峰扇子陡海拔5596米，是云南第二高峰．

为了让游客能欣赏到冰雪奇观，开展高山滑雪活动，现已兴建了客运索道和滑雪场．

乘索道由下部站（从甘海子雪花山庄西行约 5 千米处）的茫茫林海，到上部站（主峰扇子陡正下方）的白雪皑皑，中间运行时间仅为半小时，在这短短的半小时内，你可以领略到亚热带、温带到寒带完整的垂直自然景观．

我们知道：我们生活的对流层中大气的热量是地面辐射供给的，海拔越高，离地面越远，获得地面供给的热量就越少，温度就越低，平均每升高1000米温度下降6摄氏度（−6℃）．

同学们，请你算一下：（1）如果丽江气温（丽江海拔高度2400米）为20℃，玉龙雪山主峰扇子陡的上部温度是多少？

（2）丽江海拔最低点为华坪县石龙坝乡塘坝河口，海拔只有1015米．华坪县石

龙坝乡塘坝河口处的温度是多少？

解析：（1）玉龙雪山主峰扇子陡的上部温度是

$20+(5596-2400)\div1000\times(-6)$

$=20+(-19.176)$

≈0.8（℃）

（2）$20+(2400-1015)\div1000\times6$

$=20+8.31$

≈28（℃）

答：玉龙雪山主峰扇子陡的上部温度是 0.8℃，石龙坝乡塘坝河口处的温度是 28℃.

08. 魔数方阵

N 阶魔数方阵中各行各列各对角线的数字和相等，而这个相等的数字和便称为魔数（M）.

按下式计算魔数（M）：

$$M=\frac{n(n^2+1)}{2}$$

三阶魔数方阵魔数为 15，四阶魔数方阵魔数为 34，…，三阶魔数方阵称为奇数阶方阵，四阶魔数方阵称为偶数阶方阵，以此类推.

问：如何填写五阶魔数方阵？

解析：奇数阶幻方最经典的填法是罗伯法．填写的方法是:

把 1（或最小的数）放在第一行正中；按以下规律排列剩下的（$n\times n-1$）个数:

（1）每一个数放在前一个数的右上一格;

（2）如果这个数所要放的格已经超出了顶行那么就把它放在底行，仍然要放在右一列;

（3）如果这个数所要放的格已经超出了最右列那么就把它放在最左列，仍然要放在上一行;

（4）如果这个数所要放的格已经超出了顶行且超出了最右列，那么就把它放在前一个数的下一行同一列的格内;

（5）如果这个数所要放的格已经有数填入，那么就把它放在前一个数的下一行同一列的格内.

用该填法获得的 5 阶幻方为：

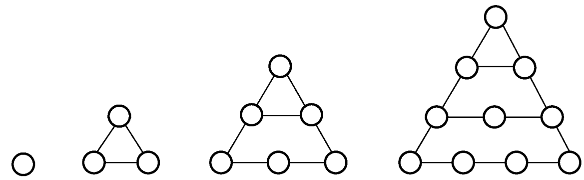
17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

09. 有形数

有形数是可以排成有一定规律形状的数．有形数是毕达哥拉斯学派的关注重点之一，他们认为数和形有不可分割的关系．有形数都是自然数，它们可以用小石子堆砌．有形数是将数形象化的方法．

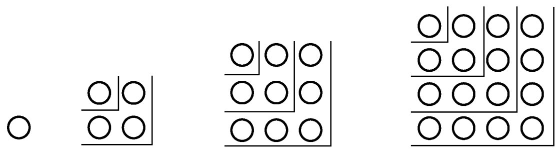
一般的，任意一个自然数都可以表示为 m 个 m 边形数的和．

三角形数：由自然数之和所形成的数，例如：



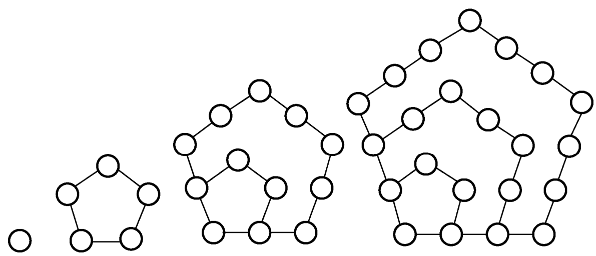
1　　1+2　　1+2+3　　1+2+3+4

正方形数：奇数之和的数，例如：



1　　1+3　　1+3+5　　1+3+5+7

五边形数：如下图之数：



1　　1+4　　1+4+7　　1+4+7+10

用“小石子”将抽象的数加以图解，得到“形数”，这很方便于发现一些公式，例如：

（1）三角形数第 n 项：

$$T_n = 1+2+3+\cdots+n = n(n+1)/2$$

（2）正方形数第 n 项：

$$S_n = 1+3+5+\cdots+(2n-1) = n^2$$
$$= \frac{n(n+1)}{2} + \frac{(n-1)\ n}{2} = T_n + T_{n-1}$$

（3）五边形数第 n 项：

$$P_n = 1+4+7+\cdots+(3n-2)$$
$$= \frac{n(3n-1)}{2} = n + \frac{3n(n-1)}{2}$$
$$= n + 3T_{n-1}$$

10. 修正数的魔力

你想知道任何一年某一天是星期几吗？下表中的修正数具有奇妙的魔力，利用它们可以算出任何一天是星期几！

月	月修正数（M）	公元前两位数	年修正数（P）
1 和 10	6	17	5
2、3 和 11	2	18	3
4 和 7	5	19	1
5	0	20	0
6	3	21	5
8	1		
9 和 12	4		
闰年 1 月	5		
闰年 2 月	1		

请记住下面的公式：

$$\left(N+M+Y+\left[\frac{Y}{4}\right]+P\right)\div 7$$

其中，N 为要求星期数的日期数；M 为月修正数（查表可得）；Y 为所求日期公元年份数的后两位数；$\left[\frac{Y}{4}\right]$为将 Y 除以 4 后取最大的整数，如$\left[\frac{15}{4}\right]=3$；$P$ 为年修正数，注意它是以公元数前两个数为根据，查上表而得.

由上式计算后，根据余数来决定是星期几，如余数是 0 为星期日，余数是 1 为星期一，…….

例如，1995 年 9 月 13 日是星期几？

解析：$N=13$，$M=4$，$Y=95$，$\left[\dfrac{Y}{4}\right]=23$，$P=1$

于是有：

（13+4+95+23+1）÷ 7

=136 ÷ 7

=19…3

答：1995 年 9 月 13 日是星期三.

11. 俄罗斯古题

甲、乙两人合养了若干头羊，而每头羊的卖价又恰与羊的头数相等，全部卖完后，两人按下面的方法分钱：先由甲拿 10 元，再由乙拿 10 元，如此轮流，拿到最后，剩下不足 10 元，轮到乙拿去．为了平均分配，甲应该找补给乙多少元？

解析：根据“每头羊的卖价又恰与羊的头数相等”，所以羊的总价为 n^2 元，由题意知 n^2 元中含有奇数个 10 元，即完全平方数 n^2 的十位数字是奇数．如果完全平方数的十位数字是奇数，则它的个位数字一定是 6．所以，n^2 的末位数字为 6，即乙最后拿的是 6 元，从而为平均分配，甲应补给乙 2 元.

答：甲应该找补给乙 2 元.

注：这个题最早出现在 20 个世纪三四十年代出版的苏联著名科普作家别莱利曼的名著《趣味代数学》中. 50 年代该书被翻译成中文，八九十年代该书还再版过. 在别莱利曼的书中，这个题目的标题叫作“找补”.

12. 巧卖苹果

小明是个卖苹果的，小红一次在小明那里买 N（$N\leqslant 1023$）个苹果．小明每次都要数 N 个苹果给小红，唉，太麻烦了．于是小明想出了一种方法：他把苹果分在 10 个袋子中，则无论小红来买多少个苹果，他都可以整袋整袋地拿给小红．问怎样分配苹果到各个袋子？

解析：这个问题用二进制编码思想可以轻松解决，相信熟悉计算机的小朋友不会有什么困难.

按照二进制编码的特点，n 位二进制数的各个数位的权重从低到高分别是 2^0，2^1，2^2，…，2^{n-1}. n 位无符号二进制数可以表示 0 到（2^n）-1，共 n 个数.

而二进制数位只有 1 和 0 两种状态，正好对应题目中苹果袋子的“给”与“不给”两种状态. 因此只要将各个袋子分别装入 2^0，2^1，2^2，…，2^9 个苹果即可满足题目要求. 例如：需要 66 个苹果，因 66 的二进制是 1000010，则小明只要将苹果个数为 2^1（2 个）和 2^6（64 个）的袋子给小红就可以了.

答：10 个袋分别装苹果 1、2、4、8、16、32、64、128、256、512 个.

13. 方田约分

《九章算术》方田章第六题：“又有九十一分之四十九，问约之得几何”.

《九章算术》中求最大公约数的方法称为“更相减损”法，其具体步骤是“可半者半之，不可半者，副置分母子之数，以少减多，更相减损，求其等也，以等数约之.”这里所说的“等数”就是我们现在的最大公约数. 可半者是指分子分母都是偶数，可以折半的方法先把它们折半，即可先约去 2. 不都是偶数了，则另外摆（即副置）分子分母算筹进行计算，从大数中减去小数，辗转相减，减到余数和减数相等，即得等数.

解析：“更相减损术”是将一个分数化简为既约分数的算法. 具体步骤如下.

第一步：任意给定分数 $\dfrac{m}{n}$（m，n 为两个正整数）；判断 m，n 是否都是偶数. 若是，用 2 约简；若不是，再执行第二步.

第二步：对分子和分母辗转相减，以较大的数减去较小的数，接着把所得的差与较小的数比较，并以大数减去小数. 继续这个操作，直到所得的数相等为止.

第三步：以等数约之，可得到（最简）既约分数.

但是分数化简与最大公约数是紧密关联的.“更相减损术”可以适当改造后用于求最大公约数. 其实“更相减损术”中的“副置分母、分子之数，以少减多，更相减损，求其等也”就是求两个整数的最大公约数的算法，我们不妨把它称为辗转相减法.

翻译为现代语言如下：任意给定两个正整数，以较大的数减去较小的数，接着把所得的差与较小的数比较，并以大数减去小数. 继续这个操作，直到所得的数相等为止，则这个数（等数）就是所求的最大公约数.

$\begin{array}{c}49\\91\end{array} \xrightarrow{\text{以少减多}} \begin{array}{c}49\\42\end{array} \rightarrow \begin{array}{c}7\\42\end{array} \rightarrow \begin{array}{c}7\\35\end{array} \rightarrow \begin{array}{c}7\\28\end{array} \rightarrow \begin{array}{c}7\\21\end{array} \rightarrow \begin{array}{c}7\\14\end{array} \rightarrow \begin{array}{c}7\\7\end{array} \xrightarrow{\text{以等数约之}} \begin{array}{c}7\\13\end{array}$

答：$\frac{49}{91}=\frac{7}{13}$.

14. 三件农具

桑杈加扬杈，扬杈加掠耙，100 根齿，30 根把，多少桑杈、扬杈和掠耙？

说明：桑杈是 3 根齿，扬杈是 5 根齿，掠耙是 9 根齿，它们都有 1 根把．三样器物都是从前的农具，有些地方可能现在还有．

解析：假如全是桑杈，30 根把，有 $3\times30=90$ 根齿，与 100 根齿相比少 $100-90=10$ 根齿，相当于 2 件扬杈．如果 28 件桑杈，$(30-2)\times3=84$，$100-(84+10)=6$，只要减少 1 件桑杈，增加 1 件掠耙即可．

答：共有 27 件桑杈，2 件扬杈，1 件掠耙．

15. 蛤蟆、蟾、鸭子与螃蟹

一坑蛤蟆（四条腿）一坑蟾（三条腿），鸭子（两条腿）螃蟹（八条腿）在里面，数头共有三千六，数腿共有一万三，问：两坑内有蛤蟆，蟾，鸭子，螃蟹各多少只？

解析：假如全是鸭子，有 $3600\times2=7200$（条腿），还少 $13\,000-7200=5800$（条腿），螃蟹比鸭子多 $8-2=6$（条腿），$5800\div6=966\cdots4$，相当于 966 只螃蟹和 1 只蛤蟆，其余全是鸭子．

有鸭子 $3600-966=2634$（只）

$13\,000-966\times8-2634\times2=4$

增加 2 只蟾，减少 3 只鸭，此时有鸭 $2634-3=2631$（只）

$1\times4\div2\times3+2631\times2+966\times8=13\,000$（只）

$1+2+2631+966=3600$（只）

答：共有 1 只蛤蟆，2 只蟾，2631 只鸭子，966 只螃蟹.

二、代数趣题——一元一次方程

整式是有理式的一部分，在有理式中可以包含加、减、乘、除四种运算，但在整式中除数不能含有字母．单项式和多项式统称为整式．

只含有一个未知数，并且含有未知数的式子都是整式，未知数的次数是 1，这样的方程叫做一元一次方程，通常形式是 $ax+b=0$（a，b 为常数，且 $a\neq 0$）.

16．巧测眼镜架成色

现在市场上出售的眼镜架，形式美观，价格惊人，好多货物都称是从外国进口，百分之百纯金制造……

张博士为了参加一次学术交流会，他特地到一家号称名牌“信得过”眼镜专卖店，选购了一副 18K 金进口眼镜架，得意洋洋地戴上它，前往会议地点海南三亚了．

火车上张博士开始怀疑眼镜架的纯度，到了三亚就去看望在三亚开眼镜店的亲友，顺便检验了眼镜架的成色．

张博士的亲友知道：眼镜架是金、银两种贵金属制造的，黄金的密度是 19.30g/cm^3，白银的密度是 10.49g/cm^3．

他先用天平称得眼镜架的重量是 19.49g，用量杯采用“排水法”测得其体积为 1.42cm^3．马上说这副眼镜架的成色只有 12K．

这是为什么呢？

解析：假设该眼镜架含有纯金 x g，则纯银必是（$19.3-x$）g．依据：

$$体积=\frac{质量}{密度}$$

可列一元一次方程：

$$\frac{x}{19.3}+\frac{19.3-x}{10.49}=1.42$$

整理得：$8.81x\approx 85$

解得：$x=9.65$，眼镜架的含金量：

$$\frac{9.65}{19.30}=50\%$$

而 $24\times 50\%=12$（K）

答：眼镜架的成色只有 12K.

17. 缺乏算计的干果小贩

一位干果小贩，买入 15 元一斤的干果若干斤，欲定卖出之价为 18 元，其后干果大量上市，市价下落仅照定价的 $\frac{2}{3}$ 售罄．如是折本 300 元，问原批发干果多少斤？

注：售罄——引申为尽．折本——拼音：shé běn，词义：亏损，吃亏，亏耗，损失，指赔了本钱．

解析：设原批发干果为 x 斤．则

$$15x-18\times\frac{2}{3}x=300$$

解得： $x=100$（斤）

答：原批发干果 100 斤．

18. 里拉巴特

飞翔在花丛中的一群蜜蜂，有五分之一飞向牡丹，三分之一飞向杜鹃．二者之差的三倍的蜜蜂，飞往夹竹桃．剩下一只蜜蜂，徘徊于牵牛花和向日葵之间．有两个恋人，听到这只孤独的蜜蜂嗡嗡之声，也感到迷惑！

请问：这个蜂群到底有多少只蜜蜂？

注：这个问题出自公元 12 世纪印度数学家巴斯卡拉二世（1113？—1185？）所写的《里拉巴特》一书．里拉巴特是印度的女性名字，传说她是巴斯卡拉二世的女儿．

解析：设共有 x 只蜜蜂，则落在牡丹花上的蜜蜂为 $\frac{1}{5}x$ 只；落在杜鹃花上的蜜蜂为 $\frac{1}{3}x$ 只；飞向夹竹桃去的蜜蜂为 $\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{5}x\right)\times 3=\frac{2}{5}x$ 只，所以

$$x-\frac{1}{5}x-\frac{1}{3}x-\frac{2}{5}x=1$$

解得：$x=15$（只）

答：这个蜂群有 15 只蜜蜂.

19. 进贡的牛

养牛人牵着 70 头牛来进贡，接收大员却问他："你进贡的牛数够了吗？以前送来的贡牛关在哪里？"养牛人答道："我这次牵来的牛，占我全部进贡牛的 $\frac{1}{3}$ 的 $\frac{2}{3}$，计算一下的话，我想一头也没少."

请问：全部贡牛该有多少？

注：这是阿默士在巴比伦提出的问题，记载于古埃及草纸书上.

解析：设牛的总头数为 x 头

因为 $\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}x=70$

所以 $x=70\div\left(\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\right)$

$x=315$（头）

答：全部贡牛该有 315 头.

20. 牲口贩子

由于种种原因，我在贩马生意中老是不走运．有一次，我用 26 美元在得克萨斯州买了一匹劣马．它在我手中这段时间内花去我一些饲养费用，后来我把它卖了 60 美元．乍一看来，这笔买卖像是有利可图，可是把饲养费算上，我发现实际上是赔了钱，所赔的钱正好是这匹劣马进价的一半再加上饲养费的四分之一．我究竟赔了多少钱？

解析：设 x 美元为饲养费，于是可以列出如下的方程：

$$x-34=13+\frac{1}{4}x$$

解得：

$$x=62\frac{2}{3}\text{（美元）}$$

从此数减去进出差价 34 美元，可算出他实际上赔了：

$$62\frac{2}{3}-34=28\frac{2}{3}\text{（美元）}$$

答：赔了 $28\frac{2}{3}$ 美元.

21. 本利倍增

本利年年倍，债主催速还.

一年取五斗，三年本利完.

释义：借粮言定，借的粮和利息，每过一年翻一番. 但知第一年取 5 斗，第二年取 10 斗，第三年取 20 斗，三年本利全还完. 问原本是多少？

解析：设向地主借 x 斗，则第一年还 5 斗后，欠粮 $2x-5$ 斗，第二年为 $2(2x-5)-5$ 斗，第三年为 $2[2(2x-5)-5]-5$ 斗，三年还完，即得方程 $2[2(2x-5)-5]-5=0$

即

$$8x=35$$

$$x=4.375$$

答：原本四斗三升七合五勺.

22. 合理分租

禾三步一斗，麦四步一斗，荅五步一斗，今并之租一石，问租几何.

释义：禾田面积三步收租一斗，麦田面积四步收租一斗，小豆田面积五步收租一斗，现在相同面积的禾田、麦田和小豆田总共收租一石，请问此时每个种类各收多少？

解析：设相同面积为 x，则

$$\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}x+\frac{1}{5}x=10$$

解得：

$$x=\frac{600}{47}\text{（步）}$$

禾租

$$\frac{600}{47}\times\frac{1}{3}=4\frac{12}{47}\text{（斗）}$$

麦租

$$\frac{600}{47}\times\frac{1}{4}=\frac{150}{47}=3\frac{9}{47}\text{（斗）}$$

荅租

$$\frac{600}{47}\times\frac{1}{5}=\frac{120}{47}=2\frac{26}{47}\text{（斗）}$$

答：禾租四斗四十七分十二，麦租三斗四十七分九，荅租二斗四十七分二十六.

23. 五兄欠钱

甲乙丙丁戊，酒钱欠千五.

甲兄告乙弟，四百我还与.

转差是几文，各人出怎取.

释义：甲乙丙丁戊 5 个兄弟，欠酒钱一千五. 甲兄对乙弟说：四百我还. 转差是几文钱呢？各人该怎么出呢？

解析：设转差为 d，则甲还 400 文，乙还 $400-d$，丙还 $400-2d$，丁还 $400-3d$，戊还 $400-4d$. 依题意：

$400\times5-(1+2+3+4)d=1500$（文）

解得：转差 $d=50$（文）

于是：甲还 400 文；乙还 $400-50=350$ 文；丙还 $400-100=300$ 文；丁还 $400-150=250$ 文；戊还 $400-200=200$ 文.

答：甲：400 文，乙：350 文，丙：300 文，丁：250 文，戊：200 文.

24. 佣工工资问题

主人雇工三十天，约法三章定工钱.
干活一日十六元，偷闲一天二十减.
眨眼合同期限满，主仆结账不食言.
主人不付一子儿，佣工分厘未能添.
欲知佣工勤与懒，几日劳作几日闲？

解析：设佣工做了 x 天，由题意可得：

$16x = 20(30 - x)$

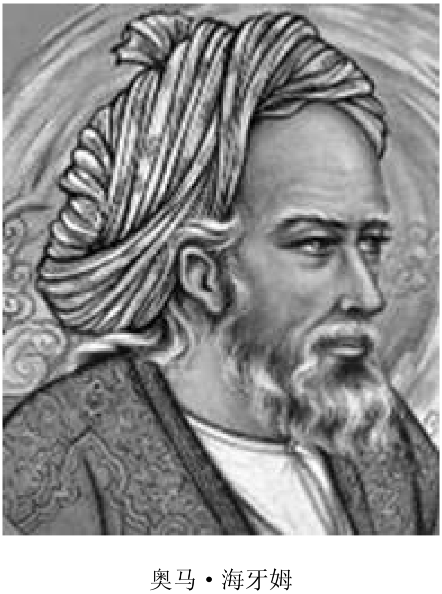
整理得：

$36x = 600$

解得：$x = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$（天），偷闲 $30 - \frac{50}{3} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$（天）.

答：佣工做工 $16\frac{2}{3}$ 天，偷闲 $13\frac{1}{3}$ 天.

注：这是 11 世纪波斯（今伊朗）著名数学家奥马·海牙姆（Omar Khayyam，1048—1131）写的四行诗（张鸿年译）．古稀之年、满腹经纶的数学家反省自己，却发现自己一无所知，着实让世上那些自命不凡的半瓶醋们感到羞愧不已.



奥马·海牙姆

不要忘了，奥马·海牙姆在诗歌史上的地位甚至超过他在数学史上的地位！而在我们今天看来，数学和文学似乎是相互对立的两个学科，分属英国学者斯诺（C. P. Snow，1905—1980）所说的“两种文化”，而这两种文化阵营里的人与人之间，一如斯诺所言，有着深深的隔阂和难以逾越的鸿沟.

但是，如果翻开文学史的画卷，我们会发现：数学常常为文学家们所利用，而文学也常常为数学家们所利用.

25. 三个乞丐

一位大发善心的贵妇人在路上遇到一个穷光蛋，她把钱袋里的一半钱再加上 1 美分给了他．这家伙是美国基督教组织托钵僧协会的一名成员，他一面道谢，一面在贵妇人的衣服上用粉笔作了一个他们组织所规定的标记，意思是“一个好东西”. 这样一来，她一路上就遇到许多要她施舍的人.

对于第二名乞讨者，她把剩下钱的一半再另外加上 2 美分给了他．而对第三名乞讨者，她把剩下钱的一半外加 3 美分给了他．这样一来，她现在身边只剩下 1 美分了.

试问：开始时，她口袋里有多少钱?

解析：设这位大发善心的贵夫人开始时口袋里有 x 美分，则：

给第一名乞讨者 $\frac{x}{2}+1$

给第二名乞讨者 $\frac{x-(\frac{x}{2}+1)}{2}+2=\frac{x}{4}+\frac{3}{2}$

给第三名乞讨者 $\frac{x-(\frac{x}{2}+1)-(\frac{x}{4}+\frac{3}{2})}{2}+3=\frac{x}{8}+\frac{7}{4}$

所以 $x-(\frac{x}{2}+1)-(\frac{x}{4}+\frac{3}{2})-(\frac{x}{8}+\frac{7}{4})=1$

解得：$x=42$（美分）

答：这位大发善心的贵夫人开始时口袋里有 42 美分.

26. 毕达哥拉斯的银币

毕达哥拉斯是古希腊哲学家、数学家，一次他在意大利南部游历，想在当地传

播一些几何知识，他找来几个身无分文的年轻人，声称只要他们认真学习，就每人奖励银币 1 枚．经过一段时间，毕达哥拉斯的钱袋已经空无一文，但这时五个青年人已经被奇妙的几何数学题所吸引，宁愿自此以后每人每天交给毕达哥拉斯 2 枚银币，以换取能继续向他学习的机会．自这天起，又过了五个青年每天各得毕达哥拉斯奖励 1 枚银币的那段时间的四分之一，每个青年手中还剩 5 枚银币．你知道毕达哥拉斯的钱袋里原有多少银币吗？

解析：设毕达哥拉斯的钱袋里原有 x 枚银币，则最先的时间为：$\dfrac{x}{5}$，有：

$$x-2\times5\times\frac{x}{5}\times\frac{1}{4}=5\times5$$

解得：$x=50$（枚）

答：毕达哥拉斯的钱袋里原有 50 枚银币．

27．马铃薯晚饭

有 3 个旅客经过长途跋涉，疲劳至极，傍晚时才来到旅店．为了方便，3 个人在一起订了马铃薯作为晚饭．可是等卖马铃薯的人把马铃薯送来时，他们三个人都已经睡着了．卖马铃薯的人只好把马铃薯放下走了．过一会儿，其中一个人醒了，吃了全部马铃薯的 $\dfrac{1}{3}$，就又睡着了．接着第二个人又醒了，不知道前一个人已经吃过，就吃了剩下的 $\dfrac{1}{3}$，又睡着了．最后醒来的人，也不知道前两个人已经吃过，他仍然吃了剩下的 $\dfrac{1}{3}$．这时，盘子里还剩下 8 个马铃薯．那么，卖马铃薯的人总共带来多少个马铃薯呢？

解析：每次吃了 $\dfrac{1}{3}$，剩下的就是 $\dfrac{2}{3}$，只要抓住最后盘子里还剩下 8 个马铃薯这个等量关系，问题就迎刃而解．

设卖马铃薯的人总共带来 x 个马铃薯，由题意得

$$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}x=8$$

解得：$x=27$（个）

答：卖马铃薯的人总共带来 27 个马铃薯．

28. 美丽的误会

一位“年轻”妇女乘 315 路公交车，刷老年爱心卡，司机质疑证件有假，女士只得投币．择日，这位王姓女士投诉司机，并悄声告诉受理者：刚做完拉皮整容手术，当着满车人，不好意思解释．

经核实，王女士的确具备使用老年卡的年龄．公交公司相关负责人及当事司机，向王女士表示道歉，王女士笑称，不要紧，这是个“美丽的误会”．

那么这位“年轻”妇女高龄几何？她的小孙孙明哲是知道的，奶奶现在的年龄是他的 7 倍，过几年是他的 6 倍，再过几年是他的 5 倍．请问，奶奶现在的年龄是多少？

解析：设明哲今年 x 岁，奶奶今年就是 $7x$ 岁．再过 A 年，可列方程：

$6(x+\mathrm{A})=7x+A$

解得：$x=5A$

再过 B 年，可列方程：

$5(x+B)=7x+B$

解得：$x=2B$

所以 x 既是 5 的倍数，又是 2 的倍数，所以 x 是 10 的倍数．可知，明哲今年 10 岁，奶奶今年 $10\times7=70$ 岁．

答：这位“年轻”妇女今年 70 岁．

29. 市内购物

鲁本叔叔同辛西娅婶婶到市里买东西．鲁本买了一套衣服、一顶帽子，用去 15 美元．辛西娅买了顶帽子，她所花的钱同鲁本买衣服的钱一样多．然后她买了一件新衣，把他们的余钱统统用光．

回家途中，辛西娅要鲁本注意，他的帽子要比她的衣服贵 1 美元．然后她说道：“如果我们把买帽子的钱另作安排，去买进另外的帽子，使我的帽子钱是你买帽子钱的 $\frac{3}{2}$ 倍，那么我们两人所花的钱就一样多了．”鲁本叔叔说：“在那种情况下，我的帽子要值多少钱呢?”你能回答鲁本的问题吗？另外，还要告诉我：这对夫妻一共花了多少钱？

解析：设 x 表示鲁本叔叔实际所买帽子的价钱，y 表示他的衣服的价钱，则辛西娅所买帽子的价钱也是 y，而其衣服的价钱为 $x-1$. 我们知道，$x+y$ 等于 15 美元，所以如果将他们所花费的 15 美元分作两份，而其中一份是另一份的一倍半的话，则一份必然是 6 美元，另一份必然是 9 美元. 利用这些数据即可列出下列方程：

$$9+x-1=6+15-x$$

由此可求出 x 为 6.50 美元，即鲁本买帽子所花的钱. 从而他买衣服所花的钱为 8.50 美元. 于是得知：辛西娅买帽子用去 8.50 美元，买衣服用去 5.50 美元，全部消费金额为 29 美元.

答：帽子的价钱 6.50 美元，这对夫妻一共花了 29 美元.

30. 真实的电话号码

有一个幸运的电话号码是八位数，大多数中国人都喜欢. 这个电话号码前四位数字相同，后四位数字是从大到小的连续的自然数，全部数字之和恰好等于号码的最后两位数，巧的是，这个号码的后五位数字也是连续的自然数，这回你们能知道这个幸运的电话号码了吗？

解析：设最后一位数字是 x，则：号码各位依次是 $x+4$，$x+4$，$x+4$，$x+4$，$x+4$，$x+3$，$x+2$，$x+1$，x.

依题意，有：

$(x+4)+(x+4)+(x+4)+(x+4)+(x+3)+(x+2)+(x+1)+x$

$=10(x+1)+x$

解得：$x=4$

所以，电话号码为 88887654.

答：这个幸运的电话号码为 88887654.

31. 选美大赛

“内外兼修，才貌双全是选美大赛评比的标准，形象、气质、学识、才艺、潜力都是在评比中考虑的重要因素.”

在一次网络选美大赛投票中，共有 5219 张选票要投给四位侯选人，结果获胜者比他的对手分别多得了 22 张、30 张、73 张选票. 问获胜者的得票数是多少？

解析：设获胜者得票数为 x 张，根据题意得：

$$x+(x-22)+(x-30)+(x-73)=5219$$

解得：$x=1336$（张）

答：获胜者得票数为 1336 张.

32. 公牛

德里克和鲁道夫各养了一群牛，两人所养的牛加起来一共是 220 头．德里克的牛群里有 12.5%是公牛，鲁道夫的牛群里有 17%是公牛.

问：德里克和鲁道夫各养几头公牛？

解析：设德里克养了 x 头牛，则其中公牛有 $\frac{x}{8}$，而鲁道夫养了 $(220-x)$ 头牛，其中公牛为 $(220-x)\times17\%$ 头.

因公牛是正整数，而 17 是素数（一个大于 1 的自然数中，除了 1 和此整数自身外，没法被其他自然数整除的数），因而 $(220-x)$ 必须为 100 的倍数. $(220-x)$ 必须小于 220 而大于 0，故 $220-x$ 或为 200，或为 100，从而 x 或为 20 或为 120.

因此，德里克养了 120 头牛，其中公牛为 15 头；鲁道夫养了 100 头牛，其中公牛为 17 头.

答：德里克养公牛 15 头；鲁道夫养公牛 17 头.

33. 北极新娘

在最近的一次远征北极旅行中，探险团的一名成员打算为自己找一位新娘．这一地区的土著居民都睡在熊皮做的睡袋里，求婚的风俗习惯是要让害着相思病的情郎偷偷摸进屋去，把他梦寐以求的新娘连同睡袋一起背走.

这位情郎需要走完一段相当长的路程．他空身前去时的速度为每小时 5 英里，负重返回时的速度为每小时 3 英里，往返一共花去整整 7 小时．当他打开睡袋，向同船的伙伴们出示他的战利品时，他发现自己犯了一个致命的错误：背回来的竟是那位姑娘的外公.

故事无疑是被大大地夸张了，但我们的专家们能不能告诉我，在这次值得纪念的旅行中，这位冒险的情郎究竟走了多少路？

解析：设这位冒险的情郎往返一共走了 $2x$ 英里路，依题意：

$\frac{x}{5}+\frac{x}{3}=7$ （1）

由式（1）整理得：

$8x=105$ （2）

由式（2）解得：

$2x=26.25$（英里）

答：这位冒险的情郎走了 26.25 英里路.

34. 英国流传的算题

在伦敦的一个大雾天，一家商店的店主叫店员点燃两支长度相同的蜡烛．这两支蜡烛中的一支可维持 4 小时，另一支可维持 5 小时．雾散后，店主吹灭蜡烛，发现其中一支剩下的长度是另一支剩下长度的 4 倍．问蜡烛点燃了多长时间？

解析：设蜡烛点燃了 x 小时，蜡烛长为 1，第一支蜡烛可点 4 小时，每小时点 $\frac{1}{4}$，x 小时点了 $\frac{x}{4}$，还剩下 $1-\frac{x}{4}$，同样，第二支蜡烛还剩下 $1-\frac{x}{5}$．因此可列出方程：

$$4\left(1-\frac{x}{4}\right)=1-\frac{x}{5}$$

化简方程可求得：

$$x=\frac{15}{4}\text{ 小时}=3\text{ 小时 }45\text{ 分}$$

答：蜡烛点燃了 3 小时 45 分钟.

35. 金碗里有多少珍珠

古时候，波斯有个国王，他认为自己是世界上最聪明的人．一天，国王命令侍从取来了三个大金碗，金碗上盖着镶嵌着宝石的金盖子，国王给皇宫里的人出了一道题：我的三只金碗里放着数目不同的珍珠，我把第一只金碗里的一半珍珠给我的大儿子；第二只金碗里的三分之一珍珠给我的二儿子；第三只金碗里的四分之一珍珠给我的小儿子，然后再把第一只金碗里的 4 颗珍珠给我的大女儿；把第二只金碗里的 6 颗珍珠给我的二女儿；第三只金碗里的 2 颗珍珠给我的小女儿，这样分完之

后，第一只金碗里还剩 38 颗珍珠，第二只金碗里还剩 12 颗珍珠，第三只金碗里还有 19 颗珍珠，你们谁能回答这三只金碗里原来各有多少珍珠？

听完国王所说的题目，文武百官们你看我，我看你，谁也没有吱声．

突然，从人群中走出三个外国人，其中一个向国王深深鞠了一躬，说：“尊敬的国王，请让我第一个回答您的问题吧．您的第一只金碗里最后余 38 颗珍珠，加上您给大女儿的 4 颗，一共是 42 颗，而 42 颗珍珠只是原来珍珠数的一半，因为您把另一半给了您的大儿子了，这样第一只金碗中应该是 84 颗珍珠．您的第二只金碗里最后余 12 颗珍珠，加上您给二女儿的 6 颗，共计 18 颗，这 18 颗珍珠只是原来珍珠的三分之二，因为有三分之一给您的二儿子了，所以第二只金碗里有 27 颗珍珠，第三只金碗里最后余下 19 颗珍珠，加上您小女儿拿去的 2 颗，就是 21 颗，这 21 颗只是碗里原来数目的四分之三，这样，第三只金碗里原有 28 颗珍珠．”

国王听后满意地说：“聪明人，你说对了．”

这个外国人说：“尊敬的国王，是算术帮我回答了您的问题，算术是一门有关数及其计算法则的科学．”

这时第二个外国人往前站了两步说：“高贵的国王，我用方程来计算您出的题．

我用 x 代表第一只碗里珍珠的数目，您给大儿子的一半就是 $\frac{x}{2}$，又给您大女儿 4 颗，最后剩下 38 颗，可以列出方程：$x-\frac{x}{2}-4=38$，解得 $x=84$，说明第一只金碗里有 84 颗珍珠．

再算第二只金碗里珍珠的数目．设这个数目为 x，从中减去您给二儿子的 $\frac{x}{3}$，再减去您给二女儿的 6 颗，还有 12 颗，列出方程：$x-\frac{x}{3}-6=12$，解得 $x=27$，第二只金碗里有 27 颗珍珠．

用同样的方法可以算出第三只金碗里珍珠的数目：$x-\frac{x}{4}-2=19$，解得 $x=28$，第三只金碗里有 28 颗珍珠．”

国王高兴地说：“你用方程来计算很简单，算法很高明．”

轮到第三个外国人了，他一声不响地从口袋里掏出一张纸，在纸上写了一个算式，然后递给国王．

国王看到纸上写着一个算式：$x-ax-b=c$，解得 $x=\frac{b+c}{1-a}$．

国王非常生气地问：“你写的是些什么？我一点也看不懂，你为什么只有一个答案？你难道不知道我有三只金碗吗？”

这个外国人说：“三个答案都可以用我这个算式计算，这个算式中的 x 代表金碗里的珍珠数，a 代表您给儿子珍珠数占金碗里珍珠数的几分之几，b 代表您给女儿

的珍珠数，c 代表余下的珍珠数，如果您不信的话，可以用具体数字代入，看看是否正确，利用我的算法，即使您有 100 只金碗，100 个儿子，100 个女儿，也可以算出珍珠的数来．”

国王听完，亲自代入数字进行计算，果然完全正确，国王拍手叫绝！

三、整式的加减

整式是有理式的一部分，在有理式中可以包含加、减、乘、除四种运算，但在整式中除数不能含有字母．单项式和多项式统称为整式．

整式的加减实质就是去括号，合并同类项，其结果仍然是整式．

去括号法则：

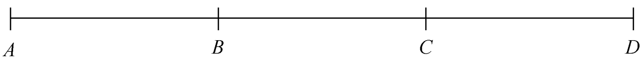
1. 括号前面有“+”号，把括号和它前面的“+”号去掉，括号里各项的符号不改变．

2. 括号前面是“-”号，把括号和它前面的“-”号去掉，括号里各项的符号都要改变为相反的符号．

去括号法则依据的是乘法分配律．

36．线段之和

在下图中，线段 AB、BC、CD 的长度相同．已知图中所有线段长度之和等于 45．问：线段 AD 的长度能否是整数？请说明理由．



解析：设线段 $AB=BC=CD=a$，则 $AC=2a$，$AD=3a$，$BD=2a$，全部这 6 条线段的之和等于 $10a$，则依题义 $10a=45$，$a=4.5$.

所以 $AD=3a=3\times4.5=13.5$，不是整数.

答：线段 AD 的长度不是整数.

37．采蘑菇

清晨，甲、乙、丙、丁四个小朋友走进森林采蘑菇．九时的时候，他们准备往回走．走出森林之前，各人数了数篮子里的蘑菇，四个人加起来总共有 72 只．但甲采的蘑菇有一半能吃．在往回走的路上，甲把有毒的蘑菇全都丢了；乙的篮子底坏了，漏下两只，被丙拾起来放在篮子里．这时，他们三个人的蘑菇数正好相等．而丁呢，他在出森林的路上又采了一些，使篮子里的蘑菇增加了一倍．到走出森林后，

他们坐下来，每人又各自数了数篮子里的蘑菇．这次，大家的数目都相等．

你算算看，他们准备往回走出森林时，各人篮子里有多少蘑菇？走出森林后，又有多少蘑菇？

解析：假设准备出森林时，甲的篮子里有 a 只蘑菇；那么走出森林后，甲只有 $\frac{a}{2}$ 只．根据题意:

$\because \frac{a}{2}=乙-2=丙+2=2丁$

$\therefore 乙=\frac{a}{2}+2$

$丙=\frac{a}{2}-2$

$丁=\frac{a}{4}$

$甲+乙+丙+丁=a+\frac{a}{2}+2+\frac{a}{2}-2+\frac{a}{4}=72$

$\frac{9}{4}a=72$

解得：$a=32$（只）

$\frac{a}{2}+2=18$（只）

$\frac{a}{2}-2=14$（只）

$\frac{a}{4}=8$（只）

答：他们准备走出森林时：甲有 32 只；乙有 18 只；丙有 14 只；丁有 8 只．走出森林后，甲、乙、丙、丁各 16 只，总共 64 只蘑菇．

38．新婚夫妇买家具

白羊和金牛是天上的两个著名星座．请允许我在此作为生活中一对新婚夫妻的代号．夫妻两人都喜欢吃西餐，所以他们决定去定购成套的西式餐具．

他们到了一家店里，发现身上所带的钱正好可以购买 21 把叉子和 21 把匙；或者 28 把小刀．不言而喻，刀、叉和匙的个数必须相等，这样才能配套，否则，有多有少，就不成体统了．

这对夫妻都是学数学的，所以，只要略施心算，便立即算出了应采购的刀、叉

和匙的数目，并且正好用完了他们身上所带的钱，欢欢喜喜地回家去了．

解析：假设 A 为一把叉子和一把匙加在一起的价钱，B 为一把小刀的价钱．C 为这对新婚夫妻身边所带的钱数．则按照题意，我们将得到两个方程：$21A=C$，$28B=C$，于是 $21A=28B$，所以 $A=\frac{4}{3}B$.

再设这对夫妻要买 x 把刀，x 把叉和 x 把匙，则 $x（A+B）= C$．将此式转换为 $x\left(B+\frac{4}{3}B\right)=28B$，两端约去公因子 B 之后，便得到 $\frac{7}{3}x=28$，所以 $x=12$．因此，白羊与金牛在那家新开店里正好采购了一打餐具．

答：白羊与金牛在那家新开店里正好采购了 12 把叉子、12 把匙和 12 小刀．

39．秋程人功

今有穿渠，长二十九里一百四步，上广一丈二尺六寸，下广八尺，深一丈八尺，秋程人功三百尺．问：需功几何？

（选自《孙子算经・卷中》）

释义：要挖一截面梯形水渠，渠长二十九里一百四步，上宽一丈二尺六寸，下宽八尺，深一丈八尺．秋季工程定功每人三百立方尺，问：需要多少个功（工）？

解析：水渠的截面：即梯形的上底、下底和高 ，水渠的长均已知．工程量已知，除以秋程人功，便是用功．

《孙子算经》约成书于四、五世纪，作者生平和编写年代都不清楚．现在传本的《孙子算经》共三卷．卷上叙述算筹记数的纵横相间制度和筹算乘除法则，卷中举例说明筹算分数算法和筹算开平方法．卷下第 31 题，可谓是后世「鸡兔同笼」题的始祖，后来传到日本，变成「鹤龟算」.

根据 1 里=300 步=1800 尺，1 丈=10 尺=100 寸，知：

渠长$=29\times1800+6\times104=52\,824$（尺）

上宽$=1\times10+2+0.6=12.6$（尺）

下宽=8（尺）

深$=1\times10+8=18$（尺）

根据公式：

$$V=SL=\frac{a_1+a_2}{2}hL$$

得:

$$V=\frac{12.6+8}{2}\times 18\times 52\ 824$$
$$=9\ 793\ 569.6$$

9 793 529.6 ÷ 300=32 645（功）…69.6（尺）

答：三万二千六百四十五功，不尽六十九尺六寸.

40. 拴牛问题

百牛拴在十三桩，桩桩成单不成双，
问君怎样把牛拴？算得姓名到处扬.

解析：设十三桩所拴的牛的奇数分别为 $2n_1-1$，$2n_2-1$，$2n_3-1$，$\cdots 2n_{13}-1$

则依题意，应为:

$(2n_1-1)+(2n_2-1)+(2n_3-1)+\cdots+(2n_{13}-1)=100$

式中 n_1，n_2，n_3，…，n_{13} 均为正整数，

解此方程式得:

$2n_1+2n_2+2n_3+\cdots+2n_{13}=100+13$

很明显，左方显示的和必为偶数，而右方的 113 则是奇数，左边≠右边

即 $(2n_1-1)+(2n_2-1)+(2n_3-1)+\cdots+(2n_{13}-1)\neq 100$

所以，此题无解.

答：百牛拴在十三桩，桩桩成单不成双，不成立.

41. 金毬求积

有个金毬里面空，毬高尺二厚三分，一寸自方十六两，试问金毬几许金.

释义：有个空心球，球高（外直径）一尺二寸、厚三分，黄金一立方寸重十六两，试问金球重多少？

解析：这是已知物体（金毬）比重，求空心球体积，进而求球重的问题.

已知:（1）古代 1 斤=16 两，1 两=10 钱=100 分，1 尺=10 寸=100 分.

（2）早在公元前一世纪，我国对球体积计算是通过实测来完成的，其结果引出球体积计算公式：$V=\frac{9}{16}D^3$（注：球体积计算公式：$\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{1}{6}\pi D^3$），其中 V ——

球体积，D——球直径，为什么？

非常简单．用黄金分别制作一个立方寸的方块和直径 1 寸的球丸，用秤一称，一个 16 两，一个 9 两，球体积计算的近似公式就出来了．直到《九章算术》成书的年代还保留着上述公式.

解析：空心球体积

$$\begin{aligned}V&=\frac{9}{16}(D^3-d^3)\\&=\frac{9}{16}\times\left[12^3-(12-0.6)^3\right]\\&=\frac{9}{16}\times(12^3-11.4^3)\\&=\frac{9}{16}\times 246.456\\&=138.6315(\text{寸}^3)\end{aligned}$$

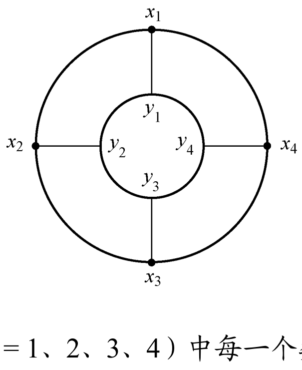
体积为 138 寸^3，重 138 斤.

0.6315 × 160 ÷ 10=10.104（两）=10 两 1 钱 0.4 分

答：空心球重 138 斤零 10 两 1 钱 0.4 分.

42. 粮仓的秘密

粮管所里八个粮仓分布如下图所示．每一仓库储粮的吨数分别标注在仓库所在地点上：x_1、x_2、x_3、x_4；y_1、y_2、y_3、y_4．其中每一个数都等于相邻仓库储粮吨数的平均值．你能发现外围四个仓库和里圈四个仓库储粮数之间存在什么有趣的关系吗？



解析：按题设 $x_i \cdot y_i$（$i=1$、2、3、4）中每一个数等于其相邻三个仓库储粮吨数和的平均值，所以，有：

$$3x_1=x_2+x_4+y_1$$

类似的，还有

$$3x_2 = x_1 + x_3 + y_2$$
$$3x_3 = x_2 + x_4 + y_3$$
$$3x_4 = x_1 + x_3 + y_4$$

根据题意，同样可列出：

$$3y_1 = y_2 + y_4 + x_1$$
$$3y_2 = y_1 + y_3 + x_2$$
$$3y_3 = y_2 + y_4 + x_3$$
$$3y_4 = y_1 + y_3 + x_4$$

将前四个式子相加，得出

$$3(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) = 2(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + y_1 + y_2 + y_3 + y_4$$

于是

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = y_1 + y_2 + y_3 + y_4$$

由后面四个式子也能推出这个结论，所以外圈各仓库储粮吨数之和与里圈各仓库储粮吨数之和相等.

答：如果已知外圈各仓库储粮的吨数，就可求出里圈各仓库储粮的吨数，反过来，也可由里圈各仓库的储粮吨数求出外圈各仓库储粮的吨数.

四、二元一次方程与方程组

如果一个方程含有两个未知数，并且所含未知项的次数是1，那么这个整式方程就叫作二元一次方程，有无穷个解，若加条件限定有有限个解．二元一次方程组，则一般有一个解，有时没有解．如一次函数中的平行，重叠．二元一次方程的一般形式：$ax+by+c=0$，其中a、b不为零．这就是二元一次方程的定义．二元一次方程组定义：两个结合在一起的共含有两个未知数的一次方程，叫二元一次方程组．

解二元一次方程组可以采用代入消元法或加减消元法：

（1）代入消元法

将方程组中一个方程的某个未知数用含有另一个未知数的代数式表示出来，代入另一个方程中，消去一个未知数，得到一个一元一次方程，最后求得方程组的解，这种解方程组的方法叫作代入消元法，简称代入法．

（2）加减消元法

① 利用等式的基本性质，将原方程组中某个未知数的系数化成相等或相反数的形式；

② 再利用等式的基本性质将变形后的两个方程相加或相减，消去一个未知数，得到一个一元一次方程（一定要将方程的两边都乘以同一个数，切忌只乘以一边，然后若未知数系数相等则用减法，若未知数系数互为相反数则用加法）；

③ 解这个一元一次方程，求出未知数的值；

④ 将求得的未知数的值代入原方程组中的任何一个方程中，求出另一个未知数的值；

⑤ 用“{”联立两个未知数的值，就是方程组的解；

⑥ 最后检验求得的结果是否正确（代入原方程组中进行检验，方程是否满足左边=右边）．

43. 山姆的小店

当乔走进山姆的小店时，山姆正忙着，于是他站在那儿等了一会儿，看着一笔生意很快谈妥了．顾客很满意，把钱递给山姆说：“好了，这两种，我希望明天要．”

“这真是一宗好买卖．”那人一走，山姆转向乔这边咯咯的笑着，“50美元还多1美分！”

“50美元？”这真是不懂！柜台上放着的那两幅装在画框里的画，玻璃上明明

标着它们的价格分别是 5.12 美元和 11.55 美元．“我看不到 17 美元．”乔议论道．

山姆笑了．“那是他要买的品种，”他说着朝那些画框点点头，“但每一种却不止买一幅，而且没打折扣．

正在这时，又一顾客出现了．山姆赶紧忙乎自己的生意，乔也就离开了．

请问，那宗买卖的细节如何？

解析：价格是给定的，我们有：

$512x + 1155y = 5001$

x、y 全是大于 1 的正整数 $x < 10$，$y < 5$.

经试算，当 $x = y = 3$ 时，符合要求.

答：顾客买 5.12 美元和 11.55 美元的画各 3 幅.

44. 小狗与老鼠

一位来自广东的小商人买进一些胖墩墩的小狗，还买了成对的老鼠，老鼠的对数正好是小狗头数的一半．每只小狗进价为 2 只角子，每对老鼠也是这个价钱．

后来，小商人将这些动物以高出进价 10%的价钱卖了出去，自己身边只留 7 只．这时，他发现所得的钱款与买进全部动物所花的钱正好相等．因此他的利润正好由那留下的 7 只动物的零售价所代表．

试问：这 7 只动物究竟是什么？它们值多少钱？

解析：设 x 是原先买进的小狗数，也就是购入的老鼠数．我们用 y 表示留下来的 7 只动物中的小狗数，则留下来的老鼠数应为 $7-y$，卖掉的小狗数（每只卖价按增加 10%计算，应是 2.2 只角子）等于 $x-y$，而卖掉的老鼠数（每对卖 2.2 只角子，或每只卖 1.1 只角子）是 $x-(7-y)$. 所以：

$$\left(x+\frac{x}{2}\right)\times 2=(x-y)\times 2.2+[x-(7-y)]\times 1.1$$

化简上式即可得下列关于两个未知数的丢番图方程，当然这些未知数都应是正整数：

$$3x=11y+77 \qquad (1)$$

此外，已知 y 不能大于 7.

把 7 个可能的 y 值一一代进去……，我们发现只有当 $y=5$ 和 2 时，x 才是正整数．如果不是事先已说明老鼠是成对买进的话，将会出现两个不同的解．若 $y=2$，则原先购入的老鼠数为 33 只，而 33 是奇数，不合题意，必须排除，从而得出：$y=5$.

将 $y=5$ 代入（1）式，解得：$x=44$，所以，$y=22$

答：商人买进 44 只小狗和 22 对老鼠，总共付出 132 只角子．他卖掉了 39 只小狗与 21 对老鼠，收入 132 只角子，身边还剩下 5 只小狗，价值为 11 只角子（零售价），2 只老鼠，值 2.2 只角子（也是零售价）．这 7 只动物一共值 13.2 只角子，正好等于他原来投资额的 10%.

注：丢番图方程（Diophantine Equation）：有一个或者几个变量的整系数方程，它们的求解仅仅在整数范围内进行．最后这个限制使得丢番图方程求解与实数范围方程求解有根本的不同．

45. 一个难解的结

英国剑桥大学数学教师，著名儿童文学作家刘易士·卡洛尔曾写过一本有趣的数学通俗读物《乱纷纷的结》，里面收集了许多题目，别开生面地称为“绳结”，其中有一个绳结的大意如下：

“一位旅行者从下午三点步行到晚上八点．他走的先是平路，然后爬山，到了山顶之后就循原路下坡，再走平路，回到出发点．已知他在平路上每小时走 4 英里，爬山时每小时走 3 英里，下坡每小时走 6 英里，回到平地还是每小时走 4 英里．请问旅行者一共走多少路程？”

解析：本题要利用一个辅助未知数．设 x 为旅行者走过的全部路程，y 为他上坡（或下坡）走过的路程．整个行程可分为四段：走平路、上坡、下坡、再走平路．现在容易看出：他开始走平路所花的时间是

$$\frac{\frac{1}{2}x-y}{4}$$

上坡所花的时间是 $\frac{y}{3}$；下坡所花的时间是 $\frac{y}{6}$；再走平路所花的时间是

$$\frac{\frac{1}{2}x-y}{4}$$

根据题意可列出方程：

$$\frac{\frac{1}{2}x-y}{4}+\frac{y}{3}+\frac{y}{6}+\frac{\frac{1}{2}x-y}{4}=5$$

在方程左边化简整理后，未知数巧妙的消去了，于是原方程变为

$$\frac{1}{4}x=5$$

即 $x=20$（英里）.

答：旅行者一共走 20 英里路程．可是分段路程究竟是多少，那是无法确定的，所以这是一个极其奥妙的题目，体现了出题的哲学思想，即总体勾画，而细节难以琢磨.

46．短衣的价钱

有一个雇主约定每年给工人 12 元钱和一件短衣，工人做工到 7 个月时想要离去，只给了他 5 元钱和一件短衣．这件短衣值多少钱？

解析：设 x 为年工钱，y 为短衣的价钱，则：

$x=12+y$

∴月工钱：$\dfrac{x}{12}=1+\dfrac{y}{12}$

依题意：$(1+\dfrac{y}{12})\times 7=5+y$

解得：$y=4.8$（元）

答：这件短衣值 4.8 元.

47．八戒吃仙果

三种仙果红紫白，八戒共吃十一对；
白果占紫三分一，紫果正是红二倍；
三种仙果各多少？看谁算得快又对.

解析：设红果 x 个，紫果 y 个，则白果（$22-x-y$）个.

根据题意，得：

$$\begin{cases} 22-x-y=\dfrac{1}{3}y & (1) \\ y=2x & (2) \end{cases}$$

将式（2）代入式（1）整理得：

$\dfrac{11}{3}x=22$

解得：

$$\begin{cases} x=6 \\ y=12 \end{cases}$$

22−6−12=4（个）

答：红果 6 个，紫果 12 个，白果 4 个.

48. 王冠的奥妙

叙拉古城国王有一顶王冠，这顶华丽的金冠约重 12 磅，约合 5.44 千克．国王怀疑工匠在金冠中掺了银，于是请阿基米得检验，条件是不对金冠有任何损坏．

阿基米得先称出金冠重量是 12 磅，然后分别称了一块重 12 磅的纯金和纯银在水中的重量，发现金块减轻了 0.59 磅，银块减轻了 0.89 磅，最后又称出了金冠在水中重量减轻了 0.66 磅，因而断定工匠在金冠中掺了银．

请你根据阿基米得称得的数据，计算一下这项王冠用了多少磅金，掺了多少磅银？

解析：本题中金银重量之和 12 磅，王冠中金在水中减轻的重量与王冠中银在水中减轻的重量之和 0.66 磅．由 12 磅纯金在水中减轻 0.59 磅，12 磅纯银在水中减轻 0.89 磅．可知：1 磅纯金在水中减轻 $\frac{0.59}{12}\approx 0.049$（磅），1 磅纯银在水中减轻 $\frac{0.89}{12}\approx 0.074$（磅），借此可得王冠中所含金、银在水中减轻的磅数．

设：王冠中有纯金 x 磅，掺进纯银 y 磅，则：

$$\begin{cases} x+y=12 & (1) \\ 0.049x+0.074y=0.66 & (2) \end{cases}$$

由式（1）得 $x=12-y$，代入式（2），得：

$$0.049(12-y)+0.074y=0.66 \qquad (3)$$

由式（3）解得：$y=2.88$，从而：$x=12-2.88=9.12$，

$$\therefore \begin{cases} x=9.12 \\ y=2.88 \end{cases}$$

答：王冠中有纯金 9.12 磅，掺进纯银 2.88 磅.

49. 杨损问题

唐朝时，有一位懂数学的尚书叫杨损．他曾主持了一场考试．其中有一题是：有一天，几个盗贼正在商议怎样分配偷来的布匹．贼首说，每人分 6 匹布，还剩下

5 匹布；每人分 7 匹布，还少 8 匹布．这些话被躲在暗处的衙役听到了，他飞快地跑回官府，报告了知府，但知府不知道有多少盗贼，不知派多少人去抓捕他们．

请问：有盗贼几人，布匹多少？

解析：设有盗贼 x 人，一共盗 y 匹布，则：

$$\begin{cases}6x+5=y & (1)\\ 7x-8=y & (2)\end{cases}$$

解得：$\begin{cases}x=13\\ y=83\end{cases}$

答：共有盗贼 13 人，盗布 83 匹．

50. 僧分馒头

100 个和尚吃 100 个馒头．大和尚一人吃 3 个，小和尚 3 人吃一个．大、小和尚各多少人？

解析：设大和尚有 x 人，小和尚有 y 人．由题意可知，每个大和尚吃 3 个馒头，每个小和尚吃 1/3 个馒头．找出相等关系，列方程组：

$$\begin{cases}x+y=100 & (1)\\ 3x+\dfrac{y}{3}=100 & (2)\end{cases}$$

式（1）×3－式（2）得：

$\dfrac{8}{3}y=200$

解得：$y=75$

$x=100-75=25$

$\therefore \begin{cases}x=25\\ y=75\end{cases}$

答：大和尚 25 人，小和尚 75 人．

51. 雀燕集衡

这是《九章算术》方程章的一个题目：今有五雀六燕，集称之衡雀俱重，燕俱轻．一雀一燕交而处，横适平．并雀、燕重一斤．问雀、燕一枚各重几何？

释义：五雀比六燕重，各交换一只后一样重,，即 4 雀+1 燕=5 燕+1 雀．并且共重 1 斤（16 两），问各多重？

解析：设每只雀重 x 斤，每只燕重 y 斤

$$\begin{cases}5x+6y=16 & (1)\\ 4x+y=5y+x & (2)\end{cases}$$

由（2）得：$3x=4y$，即：$4.5x=6y$ （3）

将（3）代入（1），得：$5x+4.5x=16$ （4）

由（4）解得：$x=\dfrac{32}{19}$，代入（3）式，解得：

$y=\dfrac{3}{4}x=\dfrac{3}{4}\times\dfrac{32}{19}=\dfrac{24}{19}$

$$\therefore\begin{cases}x=\dfrac{32}{19}\\ y=\dfrac{24}{19}\end{cases}$$

答：雀重一两、一十九分两之十三，燕重一两、一十九分两之五.

52．驴子和骡子

欧几里得是古希腊著名数学家，是欧几里得几何学的创始人，现在中、小学里学的几何学，基本上还是欧几里得几何学体系．下面是一道欧几里得算题．

驴子和骡子一同走，它们负着不同袋数的货物，但每袋货物都是一样重的．驴子抱怨负担太重．“你抱怨干吗呢？”骡子说，“如果你给我一袋，那我所负担的就是你的两倍，如果我给你一袋，我们的负担恰恰相等．”驴子和骡子各负着几袋货物？

请你也来解解大数学家的这道题．

解析：设驴原负 x 袋，骡原负 y 袋．根据题意可列出两个方程：

$$y+1=2(x-1) \quad (1)$$

$$y-1=x+1 \quad (2)$$

由式（2）得：$y=x+2$……（3）

将式（3）代入式（1）：

$x+2+1=2x-2$

解得：$x=5$，将 $x=5$ 代入式（2），解得：$y=7$

$$\therefore \begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \end{cases}$$

答：骡原负 7 袋，驴原负 5 袋.

53. 隔溪牧羊

甲乙隔溪牧羊，二人相互商量：甲说如果你给我 9 只羊，那么我的羊的数量比你的羊多一倍；乙说如果你给我 9 只羊，我俩的羊数就一样多了.

请问：甲乙两羊各有多少只羊?

解析：设甲有 x 只羊，乙有 y 只羊.

$$\begin{cases} x + 9 = 2(y - 9) & (1) \\ x - 9 = y + 9 & (2) \end{cases}$$

由式（2）得 $y = x - 18$　　（3）

将式（3）代入式（1）

$$x + 9 = 2(x - 18 - 9) \qquad (4)$$

由式（4）解得:

$x = 63$

将 $x = 63$ 代入式（2），解得:

$y = 63 - 18 = 45$

$$\therefore \begin{cases} x = 63 \\ y = 45 \end{cases}$$

答：甲有 63 只羊，乙有 45 只羊.

54. 七钏九钗

七钏九钗成器，钏子分两重多.

九两四钱是相和，仔细与公说过.

两物相交一只，秤之适等无那.

不能算得是喽啰，二人却来问我.

（选自《增删算法统宗·难题》）

释义：钏子比钗重，七只钏子九钗子重九两四钱，钏子和钗子交换一只，六只钏子加上一只钗正好等于八只钗子加上一只钏子. 问钏、钗各重多少？

注：簪子——又称簪、发簪、冠簪，是用以固定头发或顶戴的发饰，同时有装饰作用，一般为单股（单臂），双股（双臂）的称为钗或发钗，形似叉.

钏——来源于镯，几个手镯合并在一起，被名为“钏”，后来，通常将金银条锤扁，盘绕成圈状.

解析：设钏一只重为 x 钱，钗一只重为 y 钱，则

$$\begin{cases}7x+9y=94\\6x+y=8y+x\end{cases}$$

即

$$\begin{cases}7x+9y=94 & (1)\\5x=7y & (2)\end{cases}$$

从式（2）解得 $x=\frac{7}{5}y$，并代入式（1）:

$$7\times\frac{7}{5}y+9y=94$$

即

$$94y=94\times5$$
$$y=5$$

将 $y=5$ 代入式（2），解得:

$$x=7$$

$\therefore \begin{cases}x=7\\y=5\end{cases}$

答：钏一只重 7 钱，钗一只重 5 钱.

55. 鹅与狗

一群鹅来一群狗，鹅头狗头五十五，
一百五十条腿齐步走，多少鹅来多少狗？

解析：设鹅与狗分别有 x、y 只，由题意可列:

$$\begin{cases}x+y=55\\2x+4y=150\end{cases}$$

解之可得

$$\begin{cases}x=35\\y=20\end{cases}$$

答：鹅与狗分别有 35 只、20 只.

56. 鸽子

《一千零一夜》中有这样一段文字：有一群鸽子，其中有一部分在树上欢歌，另一部分在地上觅食，树上的一只鸽子对地上觅食的鸽子说："若从你们中飞上来一只，则树下的鸽子为整个鸽群的$\frac{1}{3}$，若从树上飞下去一只，则树上、树下的鸽子就一样多."你知道树上、树下各有多少只鸽子吗？

解析：设树上有 x 只鸽子，树下有 y 只鸽子，依题意可列方程组：

$$\begin{cases} y-1=\frac{1}{3}(x+y) \\ x-1=y+1 \end{cases}$$

整理得：

$$\begin{cases} 2y-x=3 \\ y-x=-2 \end{cases},$$

解得：$\begin{cases} x=7 \\ y=5 \end{cases}$

答：树上原有 7 只鸽子，地上原有 5 只鸽子.

57. 大小鱼贵

今有大小鱼一百斤，共价八钱七分五厘．只云大鱼二斤价四分，小鱼七斤价五分．问：大鱼小鱼各若干？

（选自《增删算法统宗》卷四）

解析：设：大鱼为 x 斤，小鱼为 y 斤，则：

$$\begin{cases} x+y=100 \\ 2x+\frac{5}{7}y=87.5 \end{cases}$$

解得：$\begin{cases} x=12.5 \\ y=87.5 \end{cases}$

答：大鱼一十二斤半，银二钱五分；小鱼八十七斤半，银六钱二分五厘.

注：古代解法：用‘仙人换影歌’：“贵贱相和换影仙．贱物互乘贵价钱．贵物互乘贱价讫．相减余为长法然．先使总钱乘贱物，后用总物乘贱钱．两数相减余为实．长法除之短法言．贵物贵价各乘短．物价分明皆得全．总内减贵余为贱．不遇知音不得传．”

中国古代数学把除数称为“法”，被除数称为“实”，用除数去除被除数称为“实如法而一”．

为什么把除数叫“法”呢？其实，“法”就法律规定下来的单位量度．除法，实际上就是看看被除数里面有多少除数，那除数不就相当于比较、度量的单位吗？

算经中“实”与“法”相对时不仅可以表示被除数，而且可以代表被开方数甚至可指被乘数．

解法如下：据大鱼二斤价四分，小鱼七斤价五分知道：贵物为大鱼二斤，贱物为小鱼七斤；四分为贵价钱，五分为贱价钱．

所以，长法：$7\times4-2\times5=18$

实：$87.5\times7-100\times5=112.5$

短法：$112.5\div18=6.25$

大鱼：$2\times6.25=12.5$（斤）

$4\times6.25=25$（分），即两钱五分

小鱼：$100-2.5=87.5$（斤），即八十七斤半

$8.75-2.5=6.25$（钱），即六钱二分五厘．

58．斐波那契问题

一个人对另一个人说：“你给我 7 个第纳里（古罗马银币名），我的钱将是你的 5 倍．”另一个人回答说：“你给我 5 个第纳里，我的钱将是你的 7 倍．”每人各有多少第纳里？

注：题目来源于意大利数学家斐波那契所著的《算盘书》，该书出版于 1202 年．

解析：设两人分别有 x、y 个第纳里，则

$$\begin{cases}x+7=5(y-7)\\y+5=7(x-5)\end{cases}$$

解得：

$$\begin{cases} x = 7\dfrac{2}{17} \\ y = 9\dfrac{14}{17} \end{cases}$$

答：一个人有 $7\dfrac{2}{17}$ 个第纳里，另一个人有 $9\dfrac{14}{17}$ 个第纳里.

59. 果品自贵

九百九十九文钱，甜果苦果买一千．甜果九个十一文，苦果七个四文钱．试问甜苦果各几个，又问各该几个钱？

解析：设甜果为 x 个，苦果为 y 个，则

$$\begin{cases} x + y = 1000 \\ \dfrac{11}{9}x + \dfrac{4}{7}y = 999 \end{cases}$$

解得：

$$\begin{cases} x = 657 \\ y = 343 \end{cases}$$

答：甜果 657 个，苦果 343 个.

60. 竿索求长

用条竿子一条索，索比竿子长一庹．折回索子却量竿，却比竿子短一庹.

注：一庹两臂平伸，两手间距离，1 庹=5 尺.

解析：设索长为 x，竿长为 y，则

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ y - \dfrac{x}{2} = 1 \end{cases}$$

解得：

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$$

∵1 度=5 尺

∴索长 4 × 5=20（尺）=2（丈）

竿长 3 × 5=15（尺）=1 丈 5 尺

答：索长二丈，竿长一丈五尺.

61. 布绢三十

今有布绢三十匹．共买价钞五百七（贯）．四疋绢价九十贯，三疋布价该五十（贯）．欲问绢布各几何，价钞各该分端的．若人算的无差讹，堪把芳名题郡邑．

解析：依据四疋绢价九十贯，三疋布价该五十知：

一疋绢价:

90 ÷ 4=22.5

一疋布价:

$50 \div 3=\dfrac{50}{3}$

设有绢 x 疋，布 y 疋，则:

$$\begin{cases} x+y=30 \\ 22.5x+\dfrac{50}{3}y=570 \end{cases}$$

解得：$\begin{cases} x=12 \\ y=18 \end{cases}$

12 × 22.5=270（贯）

$18 \times \dfrac{50}{3}$=300（贯）

答：绢 12 疋，布 18 疋；绢价 270 贯，布价 300 贯.

62. 有人分绢

今有人分绢．只云每人分八疋盈十五疋．每人分九疋不足五疋．问：人绢各若干？

（选自《增删校正算法统综》卷七）

根据歌：“算家欲知盈不足，两家互乘并为物．并盈不足为人实．分率相减余为法．法除物实为物价，法除人实人数目．”解此题如下：

物：8×5+9×15=175（疋）

人实：15+5=20（人）

但按二元一次方程组解更简单.

解析：设人数为 x，绢数为 y，则：

$$\begin{cases} y = 8x + 15 \\ y = 9x - 5 \end{cases}$$

解得：x=20

y=175

答：20 人，绢 175 匹.

63. 提篮赶集

老头提篮去赶集，一共花去七十七，满满装了一篮菜，三斤大肉十斤鱼，买好未曾问单价，只因回家心发急，道旁行人告诉他，五斤肉钱九斤鱼，有劳各位高材生，帮忙算算此难题.

解析：设猪肉每斤 x 元，鱼每斤 y 元. 依题意：

$$\begin{cases} 3x + 10y = 77 & (1) \\ 5x = 9y & (2) \end{cases}$$

由式（2）得：$x = \dfrac{9}{5}y$　　（3）

将式（3）代入式（1）整理得：

$$77y - 385 = 0$$

解得：$y = 5$，代入式（3），解得：$x = 9$

$$\therefore \begin{cases} x = 9 \\ y = 5 \end{cases}$$

答：猪肉每斤 9 元，鱼每斤 5 元.

64. 两种农具

耠子耧六十三，百根腿地里钻，两者几何谁会算？

释义：耠子是一种犁地的农具，有一根腿，耧是用来播种的农具，有两根腿，

题目中的“耠子耧六十三，百根腿地里钻”是指这两种农具一共 63 只，共有 100 根腿.，问两种农具各多少只？

解析：设有 x 只耠子，y 只耧，

根据题意，得：$\begin{cases} x+y=63 \\ x+2y=100 \end{cases}$

解得：$\begin{cases} x=26 \\ y=37 \end{cases}$

答：耠子有 26 只，耧有 37 只.

小提示：耠（huō）子是我国古时候的一种农具．用于翻土，使土变得松软以便于种植农作物，使其更好地生长，可以代替锄头等农具.

“耧”（lóu）是古代播种用的农具，由牲畜牵引，后面有人把扶，可以同时完成开沟和下种两项工作．这种农作工具是现代播种机的前身.

65．赛克斯的农田

农民赛克斯正在嘀咕，他要支付 80 美元现金以及若干蒲式耳的小麦作为他租赁一块农田的一年地租．对此，他逢人便说，如果小麦的价格为每蒲式耳 75 美分的话，这笔开销相当于每英亩 7 美元，但现在小麦的市价已涨到每蒲式耳 1 美元，所以他所付的地租相当于每英亩 8 美元．他认为付得太多了.

试问：这块农田有多大？

**解析**：设英亩数为 x，所支付的小麦的蒲式耳数为 y，则据题意可列出以下方程组:

$$\begin{cases} \dfrac{\frac{3}{4}y+80}{x}=7 & (1) \\ \dfrac{y+80}{x}=8 & (2) \end{cases}$$

由式（2）$y=8x-80\cdots\cdots(3)$，代入式（1），得：$6x-60+80=7x$，解得：$x=20$，将 $x=20$ 代入式（3），解得：$y=8\times20-80=80$.

$$\therefore \begin{cases} x=20 \\ y=80 \end{cases}$$

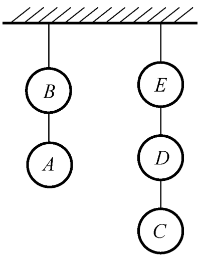
答：这块农田有 20 英亩.

五、可　能　性

日常生活中所出现的事件可分为两类，确定事件和不确定事件．确定事件包括两类：一类是一定会发生的必然发生事件；另一类是一定不会发生的不可能发生的事件．不能肯定它是否发生的事件是不确定事件或随机事件，它是可能发生的事件，可能事件的可能性又有大小之分．

66．精美的礼物

甲、乙、丙、丁、戊五位同学参加一次节日活动，很幸运的是，他们都得到了一份精美的礼物．事情是这样的：墙上挂着两串礼物（见下图）每次只能从其中一串的最下端取一件，直到礼物取完为止．甲第一个取得礼物，然后乙、丙、丁、戊依次取得第 2 到第 5 件礼物，当然取法各种各样，那么共有（　）种不同的取法．事后他们打开这些礼物仔细比较，发现礼物 D 最精美，那么取得礼物 D 可能性最大的是（　），可能性最小的是（　）．



解析：甲的取法只能是 C 或者是 A，若先取 C 则乙可以取 A 或 D，若乙取 D，则丙可以取 A 或 E，若丙取 A 则丁可取 B 或 E，若丁取 B，则戊只能取 E．下面列出先取 C 时取法树状图：（请同学自己画出先取 A 时的取法树状图）

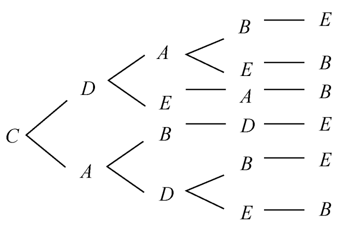


图 1

甲	乙	丙	丁	戊
A	B	C	D	E
	C	B	D	E
		D	B	E
			E	B
C	A	B	B	E
		D	B	E
			E	B
	D	E	A	B
		A	B	E
			E	B

图 2

从图 2 可知：共 10 种方法．现通过树状图研究哪个人取 D 的机会大．因为甲可取 A，C，所以取 C 的机会是 $\frac{1}{2}$．

（1）若甲取 C 可知乙取 D 的机会是 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$，而由 $C—A—D$，可知丙取 D 的机会是 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$．

由 $C—A—B—D$ 可知丁取 D 的机会是 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$．

（2）若甲取 A 乙不能取 D，由 $A—C—D$ 可知丙取 D 的是机会 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$，

由 $A—B—C—D$ 可知丁取 D 的机会是 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$，

由 $A—C—B—D—E$ 可知丁取 D 的机会是 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$．

由上述所有情形可知：乙取 D 的机会是 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$，丙取 D 的是机会 $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$，丁取 D 的机会是 $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$，所以丁的机会最大．

答：取得礼物 D 可能性最大的是丁，可能性最小的是戊．

67．2 枚硬币

小敏同时掷 2 枚硬币，掷了若干次．小朋友，你知道这两枚硬币落地后“恰有一枚正面向上”的可能性吗？

解析：掷 2 枚硬币，等可能的基本事件有 4 个：即“正正”、“正反”、“反正”，“反反”，而不确定事件由两个基本事件组成：“正反”、“反正”．故可能性：

$$p=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

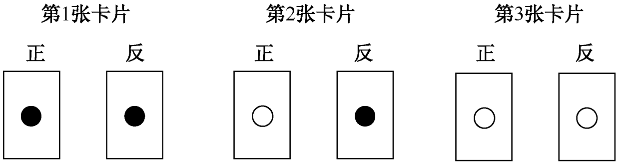
这道题告诉我们，利用分数计算可能性时，必须慎重判断等可能性．如果认为本题中的基本事件基本事件为“全正”、“一正一反”、“全反”组成，就会得出 $p=\frac{1}{3}$ 的错误结论来．

答：这两枚硬币落地后“恰有一枚正面向上”的可能性为 $\frac{1}{2}$．

68．三张卡片的骗局

设赌局的庄家只要用三张卡片和一顶帽子就可以很轻松地骗人上钩了，他利用的就是人们对概率认识的错误直觉．

庄家手里的三张卡片是不同的，即正反都是黑点、正圆圈反黑点、正反都是圆圈：



庄家把卡片放在帽子里摇晃一番，让你随意地抽出一张来，放在桌子上，这时候，卡片的一面就露了出来，是黑点或者是圆圈．让我们假定露出的是个圆圈．庄家要与你赌这张卡片的背面是什么，是黑点？还是圆圈？

解析：很明显这张卡片不可能是黑点——黑点卡，因此，它要么是圆圈——圆圈卡，要么是黑点——圆圈卡，二者必居其一．这样一来，这张卡的背面不是黑点，就是圆圈，所以赌什么都一样，全是公平的，你和他赢的机会均等，都是 $\frac{1}{2}$．

那么，庄家是怎么让你上当的呢？让我们来看看问题出在哪里．

庄家千方百计要你相信的是，同样可能发生的情况只有两种．然而事实是，同样可能发生的情况有三种！当庄家赌“正反面一样”时，他赢的机会是 $\frac{2}{3}$，你赢的机会只有 $\frac{1}{3}$！

在这里你一定要把正反面区分开来看，将正面朝上视为一种情况，将反面朝上看成另一种情况.

三张卡片随意抽一张放在桌子上，同样可能发生的情况有六种:

黑点——黑点卡的正面;

黑点——黑点卡的反面;

圆圈——黑点卡的正面;

圆圈——黑点卡的反面;

圆圈——圆圈卡的正面;

圆圈——圆圈卡的反面.

因此，如果抽出的卡片放在桌子上，露出了圆圈，它所代表的情况可能是：圆圈——黑点卡的正面，圆圈——圆圈卡的正面，圆圈——圆圈卡的反面.

在这三种情况中，“正反面一样”的情况占了两种，因此，在玩了多次以后，庄家就会三回里赢两回，你的钱很快就会流入他的腰包里啦.

69. 算命先生

西方人深信水晶中隐藏有神灵，人们凝视水晶球可以算命或预言. 水晶球算命女士算中的概率为 70%，卦资 50 元.

我国少数人相信扑克牌算命. 扑克牌算命先生命中的概率为 20%，卦资 20 元.

吴文君刻苦学习，中考成绩可去 A 高中，也可去 B 高中. 想找一个算命先生算一下去那所高中更能学习好和考上大学. 吴文君没有多少零花钱，从节约又能达到目的来讲，吴文君应找哪个算命先生呢？

解析：找扑克牌算命先生算，然后按扑克牌算命先生命中的结果相反的意见去做（反其道而行之）.

比如，扑克牌算命先生选择 A 高中时，学习好和考上大学的概率为 20%，吴小姐则去 B 高中，更能学习好和考上大学为 80%，卦资仅为 20 元.

70. 谁最走运

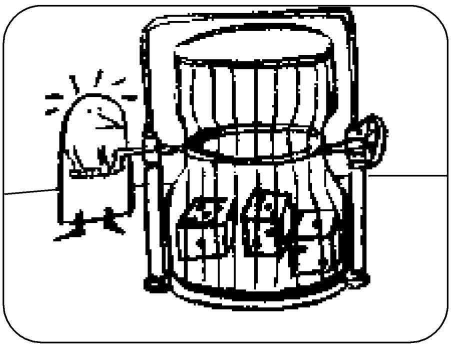
游乐场里有一种“碰运气”游戏，很多人想碰碰运气，却让游乐场老板走了大运.

“碰运气”游戏是在一个笼子里装着三个骰子，翻转摇晃笼子就使骰子滚动．玩的人可以赌从 1 到 6 任何一个数，只要一个骰子出现他说的数时，他就得到他赌的钱数.

参加者往往这样想：如果这个笼子里只有一个骰子，我赌的数就只能在六次中出现一次，赌赢的概率为 $\frac{1}{6}$．如果有两个骰子，则六次中就会出现两次，赌赢的概率为 $\frac{1}{3}$（$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$）. 有三个骰子时，六次中就会有三次赢，赌赢的概率为 $\frac{1}{2}$（$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$）这是对等的赌博！

他们甚至还会这样想：可能，我的机会还要好一些！如果我赌一个数，比如 5，赌一块钱．要是有两个骰子点数是 5 的话，我就赢两块钱；若是三个骰子都是 5，我就赢 3 块．这个游戏肯定对我有利！

由于主顾都是这样想，难怪赌场操纵者会变成百万富翁！你能说明为什么“碰运气”游戏会使赌场主赢得大笔赌金吗？



解析：道理很简单．在游乐场中，操纵者为招徕顾客而高声叫道：“每次三个人赢，三个人输!”这给人一个强烈印象，好像它是公平的．可是如果三个骰子每次显出的数字都不相同，则这种赌博游戏确实是公正的．在每摇一次笼子之后，操纵者就可从三个输家手中赢三块钱（假定每次赌一块钱），付给三个赢家三块钱．可是，

操纵者所幸的是，常常在两个或三个骰子上显出同样的数. 如果有两个骰子是同一个数，那么他收进四块钱，付出三块钱，赚回一块钱. 如果有三个骰子是同样的数，则他就收进五块钱，付出三块钱，赚回两块钱. 正是这些双重数和三重数使赌场老板赚了大钱.

六、不定方程趣题

所谓不定方程，是指未知数的个数多于方程个数，且未知数受到某些条件（如要求是有理数、整数或正整数等）有限的方程或方程组．不定方程也称为丢番图方程，是数论的重要分支学科，也是历史上最活跃的数学领域之一．不定方程的内容十分丰富，与代数数论、几何数论、集合数论等都有较为密切的联系．不定方程的重要性在数学竞赛中也得到了充分的体现，每年世界各地的数学竞赛，不定方程都占有一席之地；另外它也是培养学生思维能力的好材料，数学竞赛中的不定方程问题，不仅要求学生对初等数论的一般理论、方法有一定的了解，而且更需要讲究思想、方法与技巧，创造性地解决问题．在本节我们来看一看不定方程的基础性的题目．

71．欧拉趣题

大数学家欧拉曾提出下列问题：一头猪卖$\frac{7}{2}$银币，一头山羊卖$\frac{4}{3}$银币，一头绵羊卖$\frac{1}{2}$银币，有人用 100 银币买了 100 头牲畜．问：猪、山羊、绵羊各几头？

解析：设猪、山羊、绵羊分别为 x、y、z 头，则根据题意得方程组：

$$\begin{cases} x+y+z=100 & (1) \\ \frac{7}{2}x+\frac{4}{3}y+\frac{1}{2}z=100 & (2) \end{cases}$$

消去 z 得：$18x+5y=300$，即 $18x=5(60-y)$ （3）

式（3）表明 x 是 5 的倍数，令 $x=5t$，t 为整数，则 $y=60-18t$，$z=40+13t$．当 t=1、2、3 时，其解为：

x：	5	10	15
y：	42	24	6
z：	53	66	79

答：山羊、绵羊头数分别为：

猪=5，山羊=42，绵羊=53

猪=10，山羊=24，绵羊=66

猪=15，山羊=6，绵羊=79

72. 波斯猫叫声

小花狗和波斯猫是一对好朋友，它们在早晚见面时总要叫上几声表示问候．若是早晨见面，小花狗叫两声，波斯猫叫一声；若是晚上见面，小花狗叫两声，波斯猫叫三声．细心的小娟对它们的叫声统计了 15 天，发现它们并不是每天早晚都见面，在这 15 天内它们共叫了 61 声．问：波斯猫至少叫了多少声？

解析：设它们共同有 x 个早晨和 y 个晚上见面，则列方程如下：

$$(2+1)\ x+(2+3)\ y=61 \qquad (1)$$

所以：$3x+5y=61$，$y=\dfrac{61-3x}{5}=12.2-0.6x$，$y$ 为正整数.

由于 $x\leqslant 15$，$y\leqslant 15$，因此，不定方程（1）有 3 组解：

$$\begin{cases}x=2\\y=11\end{cases},\ \begin{cases}x=7\\y=8\end{cases},\ \begin{cases}x=12\\y=5\end{cases}$$

可以算出，当 $x=12$，$y=5$ 时，波斯猫叫声最少：

12+3 × 5=27（声）

答：波斯猫至少叫了 27 声.

73. 牲口驮瓦

一百牲口一百瓦，骡子驮仨马驮俩，三驴共驮一个瓦，几骡几驴几匹马？

解析：设骡子为 x，马为 y，则驴为 $100-x-y$

$$\text{有：}\ 3x+2y+\left(\frac{(100-x-y)}{3}\right)=100 \qquad (1)$$

整理得：$8x+5y=200$

$5y=200-8x$

$$y=40-\frac{8x}{5}>0 \qquad (2)$$

所以，x 为小于 40、大于 5 的整数，且能被 5 整除.

所以 x 可取：5，10，15，20.

当骡子 x=5 时，代入式（2），y=32 匹马，因此有 63 头驴，

当 x=10 时，代入式（2），y=24 匹马，因此有 66 头驴，

当 x=15 时，代入式（2）y=16 匹马，因此有 69 头驴，

当 x=20 时，代入式（2）y=8 匹马，因此有 72 头驴.

答：一共四种情况:

1. 5 只骡子，32 匹马，63 头驴;

2. 10 只骡子，24 匹马，66 头驴;

3. 15 只骡子，16 匹马，69 头驴;

4. 20 只骡子，8 匹马，72 头驴.

74. 三童分糖

婆买一包糖，留给三儿郎．童一回家后，吃了一块糖，余糖分三份，多出一块糖，童一拿走一份又一糖；童二回家后，吃了一块糖，余糖分三份，多出一块糖，童二拿走一份又一糖；童三回家后，吃了一块糖，效法分了糖…….一包至少多少糖？

解析：设一包糖有 x 块，童一回家后，吃了一块糖，余糖分三份，多出一块糖，童一拿走一份又一糖，如果一份为 p 块，则 $x=3p+2$ 块，余糖为 $2p$；童二回家后，吃了一块糖，余糖分三份，多出一块糖，童二拿走一份又一糖，如果一份为 g 块，则 $2p=3g+2$ 块，余糖为 $2g$；童三回家后，吃了一块糖，效法分了糖，如果一份为 k 块，则 $2g=3k+2$ 块．所以，

$$\begin{cases} p=\dfrac{3}{2}g+1 \\ g=\dfrac{3}{2}k+1 \end{cases}$$

$$x=3p+2=3\times\left(\frac{3}{2}g+1\right)+2=\frac{9}{2}g+5$$

$$=\frac{9}{2}\left(\frac{3}{2}k+1\right)+5=\frac{27}{4}k+\frac{19}{2}$$

当 $k=6$ 时，$x=50$（块）

若令 $k=\dfrac{4}{3}n-2$，n 为 3 的倍数，$n\geqslant 6$，上式变为

$$x=9n-4$$

答：一包至少 50 块糖．如果不考虑最少，当 k 取等差数列（6、10、14…，首项 6，公差 4）中的数时，x 均满足本题要求.

75. 三翁垂钓

三老翁一朝至河边垂钓．得鱼共掷一篓中，时值正午，三翁尽眠．忽一翁起，将鱼均分三份剩一尾，剩者投河放生，且取一份（其余放回篓中）而去；随之一翁又起，将篓中鱼又均分三份剩一尾，此翁同前翁“取一放一”归篓去之；后一翁也起，同样为之．

请问：三翁至少共钓鱼几何？

“尾”：鱼的计数词．李覯《寄祖秘丞》诗：“肥鱼斫千尾．”

释义：三个老头一天早上到河边钓鱼．钓得的鱼放到同一个鱼篓中，到了中午，三个老头都睡了．忽然一个老头起来，把钓得的鱼平均分成三份还剩一条，把剩下的一条放回河里，并且自己拿走了一份，第二个老头相继起来，又将剩下的鱼平均分成三份，也剩下一条，把剩下的一条鱼放生，自己也拿走了一份，第三个老头也这样做，问这三个老头至少共钓几条鱼？

解析：设钓得的鱼共x条，第 1 个醒来的老头把钓得的鱼平均分成三份，每份q条还剩一条，把剩下的一条放回河里，并且自己拿走了一份，此时剩$2q$条鱼；第 2 个醒来的老头又将剩下的鱼平均分成三份，每份p条还剩一条，把剩下的一条放回河里，并且自己拿走了一份，此时剩$2p$条鱼，第三个老头也这样做，将剩下的鱼平均分成三份，每份k（$k \neq 0$）条还剩一条，把剩下的一条放回河里，并且自己拿走了一份，此时剩$2k$条鱼．于是:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{3} = q + 1 \\ \dfrac{2q}{3} = p + 1 \\ \dfrac{2p}{3} = k + 1 \end{cases}$$

解得:

$$x = \frac{27k + 15}{4} + 1$$

当$k = 3$时，$x = 25$，取最小值．

答：三翁至少共钓鱼 25 条．

如果不考虑最少，当k取等差数列（3、7、11…，首项 3，公差 4）中的数时，x均满足本题要求．

若令$k = \dfrac{4}{3}n - 1$，n为 3 的倍数，上式变为$x = 9n - 2$．

76. 伺候猴王

一群猴子采摘水蜜桃．猴王不在的时候，一只大猴子 1 小时可采摘 15 千克，一只小猴子 1 小时可采摘 11 千克；猴王在场监督的时候，大猴子的$\frac{1}{5}$和小猴子的$\frac{1}{5}$必须停止采摘，去伺候猴王．有一天，采摘了 8 小时，其中只有第一小时和最后一小时有猴王在场监督，结果共摘 3382 千克水蜜桃．在这个猴群中，共有大猴子多少只？

解析：设大猴有 x 只，小猴有 y 只，依题意可列方程：

$$6\times15x+6\times11y+2\times15\times\frac{4}{5}x+2\times11\times\frac{4}{5}y=3382$$

合并后为：

$$114x+\frac{418}{5}y=3382 \tag{1}$$

化简式（1）得：

$$3x+\frac{11}{5}y=89 \tag{2}$$

由于猴子数量应该为整数，由式（2）可知，猴子数为 5 的倍数，从而有三种结果：

（1）$x=26$，$y=5$

（2）$x=15$，$y=20$

（3）$x=4$，$y=35$

如果按照题意，有 1/5 的大猴和小猴会去伺侯猴王，那么应该是可以被 5 整除的．所以取 $x=15$，$y=20$

答：大猴数量为 15.

77. 稻农出题

有 100 头水牛和 100 捆干草，站着的水牛每头吃了 5 捆干草，躺着的水牛每头吃了 3 捆干草．3 头老水牛共吃了 1 捆干草．那么，站着的水牛、躺着的水牛以及老水牛各有多少头？

解析：设：站着的水牛、躺着的水牛、老水牛分别为 x，y，z 头．依题意可列方程：

$$\begin{cases} x+y+z=100 & (1) \\ 5x+3y+\dfrac{z}{3}=100 & (2) \end{cases}$$

根据（1）、（2），可得 $y=25-\dfrac{x}{4}$

又因为 x，y 为非零和负整数，所以 x 取 4、8、12，求得 3 组解：

$$\begin{cases} x_1=4 \\ y_1=18 \\ z_1=78 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2=8 \\ y_2=11 \\ z_2=81 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_3=12 \\ y_3=4 \\ z_3=84 \end{cases}$$

此题为越南的数学题目，是一不定方程问题，一般为多解.

答：有 3 组解，同上.

78. 继承遗产

某人病故前，留下的遗产分配遗嘱如下：（1）四个儿子平均分配，合计钱数应相同.（2）对于某一恩人，除得到每个儿子那一份外，还应再加上一个金币，并且还得再给他加上四分之一的三分之一的全部财产，减去一个儿子所得的钱数.

设全部财产为 a 金币，求每个孩子及恩人各得多少？

注：此问题出自公元 9 世纪阿拉伯数学家阿尔弗瓦里茨米（780？—850 年？）所著的一本书中．该书的书名是《有关阿尔·加贝拉和姆卡巴拉的计算方法》.

所谓的阿尔·加贝拉，是把方程式中的负项移项到另一边变成正项之义，这个词来源于英语 algebra．姆卡巴拉，是把方程式两边的同类项相比，用大的除以小的进行变形．也就是说，阿尔·加贝拉也好，姆卡巴拉也好，都是方程式等值变换的一种方式.

这种方程式的变换法则，就叫作阿尔弗瓦里茨米法则，后来转化为英语 algorithm，意味着“算法”.

解析：设每个儿子分得钱数为 x 金币，恩人为 y 金币，根据题意，可列方程

$$\begin{cases} a=4x+y & (1) \\ y=x+1+\dfrac{1}{4}(\dfrac{a}{3}-x) & (2) \end{cases}$$

从式（1）得

$$y=a-4x$$

从式（2）得

$$y=\frac{3x}{4}+1+\frac{a}{12}$$

所以

$$a-4x=\frac{3x}{4}+1+\frac{a}{12} \tag{3}$$

由式（3）化简得:

$$11a=57x+12 \tag{4}$$

$$a=\frac{57x+12}{11}=5x+\frac{2x+12}{11} \tag{5}$$

令 $n=\dfrac{2x+12}{11}$，则

$$x=\frac{11n-12}{2} \tag{6}$$

将式（6）代入式（5）得

$$a=5\left(\frac{11n-12}{2}\right)+n=\frac{57n}{2}-30$$

将 $a=\dfrac{57n}{2}-30$ 代入式（1）和式（2）解得:

$$\begin{cases} x=\dfrac{11n}{2}-6 \\ y=\dfrac{13n}{2}-6 \end{cases}$$

答: 金币总数为 $\dfrac{57n}{2}-30$, n 为非零偶数. 儿子得 $\dfrac{11n}{2}-6$ 个金币，恩人得 $\dfrac{13n}{2}-6$ 个金币.

或:

令 $n=2m+2$，则 $a=\dfrac{57n}{2}-30=\dfrac{57(2m+2)}{2}-30=57m+27$，$x=\dfrac{11n}{2}-30=\dfrac{11(2m+2)}{2}-6=11m+5$，$y=\dfrac{13n}{2}-6=\dfrac{13(2m+2)}{2}-6=13m+7$

答: 金币总数为 $57m+27$，儿子得（$11m+5$）个金币，恩人得($13m+7$)个金币. m 为正整数或 0.

79. 米价为何

有一张清朝康熙年间的发票，历史学家希望根据这份史料来分析当时的米票，但是发票上有几个重要的数字被蛀虫咬坏了，不能立刻看出当时每担米的价钱. 而发票上的字迹为：发奉白粳壹佰伍拾叁担，每担价银？分共计银？两二钱七分. 当

时的币制是：一两为十钱，一钱为十分，而分为最小货币单位．假设当时每担米的价格在一两以内，问每担米的价钱为何？

解析：设每担米的价格为 x 分，153 担米的价钱为 y 两二钱七分，则得方程式

$$153x=100y+27 \tag{1}$$

其中 x 与 y 都是正整数．由（1）式得:

$$y=\frac{153x-27}{100} \tag{2}$$

由（2）式知道：（$153x-27$）是 100 的倍数．所以 x 的尾数是 9.

讨论符合题意的解：$153\times19-27=2880$，$153\times29=4410$，…，$153\times59-27=9000$

故：$y=90$，

$\therefore x=59$，

答：每担为五钱九分.

80. 数学手稿

马克思（1818—1883 年）不仅仅是一位伟大的政治家，而且是一个博学多才的科学巨匠．在他的《数学手稿》中有这样一道趣题：

在一家餐馆里有男人、女人、小孩共 30 人用餐，他们一共花去 50 先令，已知每个男人餐费为 3 先令，每个女人为 2 先令，每个孩子为 1 先令，问：男人、女人，小孩各几人？

解析：设 x 、y 、z 分别代表男人、女人和小孩的人数，则

$$\begin{cases}x+y+z=30 & (1)\\ 3x+2y+z=50 & (2)\end{cases}$$

式（2）－式（1）得

$2x+y=20$

$y=2(10-x)$

令 $t=10-x$，则

$x=10-t$，（$t\in Z$）

$y=2t$

$z=30-x-y=20-t$

由于 $0<x<30$，$0<10-t<30$，$y>0$，所以 $0<t<10$.

当 t 取 1、2、3、4、5、6、7、8、9 时，方程共有 9 组解：用（x，y，z）方式表示：（9,2,19），（8,4,18），（7,6,17），（6,8,16），（5,10,15），（4,12,14）（3,14,13），（2,16,12），（1,18,1）.

七、有趣的数字

有一位数学老师问一位音乐老师："音乐里只有七个音，你为什么要花一生的时间去研究呢？"音乐老师迟疑了一下，反问道："数学里头也只有十个数字，你又为何研究一辈子还弄不清楚呢？"当然我们知道，音乐除了七音外，还有高低节奏等问题；数学除了数字以外，还有更抽象的符号，逻辑的架构．但是那位音乐老师的话，并不完全错误．我国古代用算盘计算数字，聪明的数学家制造出各种不同的魔方阵，今天，电子计算器快速算着各种巨大繁杂的数字．凡此种种，都足以表示，十个阿拉伯数字所排出来的东西有多重要，人们对它充满兴趣．于是许多有用的，或者有趣的事物，遂应运而生．

81．有趣的相亲数

从古以来，相亲数就引起了许多数学家与业余爱好者的浓厚兴趣．在数学中，有一些称为相亲相爱的数．真是所谓"你中有我，我中有你．"例如 220 和 284，把 220 的全部约数（除掉 220 本身之外）统统相加，其和就等于另一个数 284；即

$1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110=284$

同样，把 284 的全部约数（除掉 284 本身）相加，其和等于 220，即

$1+2+4+71+142=220$

这不是"你中有我，我中有你"吗！

寻找相亲数可按欧拉法则：塔别脱・本・科拉法则和欧拉法则：

（1）塔别脱・本・科拉法则

对于自然数 n 且 $n>1$，当 $p=3\times2^{n-1}-1$，$q=3\times2^{n}-1$，$r=9\times2^{2n-1}-1$

均为素数时，那么（$2^n\times pq$，$2^n\times r$）为一对亲和数．

当 $n=2$ 时，$p=5$，$q=11$，$r=71$，给出的亲和数为 220 和 284．

这个公式大概在公元 850 年由 Thabit ibn Qurra 给出，但它的实用性很低，因为很多亲和数都不能由此公式得出，并且除了 $n=2$，4，7 以外，在 $n=20\,000$ 的范围内再也没有给出其他的亲和数．给出的三组数为（220，284），（17 296, 18 416）和（9 363 584, 9 437 056），后两组后来分别由费马和笛卡儿于 1636 年和 1638 年发现．

（2）欧拉法则

对于自然数 m，n 且 $m<n$，当 $p=2^m(2^{n-m}+1)-1$，$q=2^n(2^{n-m}+1)-1$，$r=2^{n+m}$

$(2^{n-m}+1)^2-1$ 均为素数时，那么（$2^n\times pq$，$2^n\times r$）为一对亲和数（相亲数）.

通过这个法则能找出亲和数的（m，n）组合有（1,2），（3,4），（6,7），（1,8），（29，40），但在 $n<2500$ 时没有其他解. 塔别脱 • 本 • 科拉法则是欧拉法则 $m=n-1$ 的特殊情况.

请读者根据欧拉法则找出（3，4）组合的相亲数.

解析：$\because m=3$，$n=4$，

$\therefore p=2^m(2^{n-m}+1)-1=p=2^3(2^{4-3}+1)-1=23$ （1）

$q=2^n(2^{n-m}+1)-1=q=2^4(2^{4-3}+1)-1=47$ （2）

$r=2^{4+3}(2^{4-3}+1)^2-1=1151$ （3）

计算相亲数:

$2^n\times pq=2^4\times23\times47=17\,296$，

$2^n\times r=2^4\times1151=18\,416$.

验证：把 17 296 的全部约数（除掉 17 296 本身之外）统统相加，其和就等于另一个数 18 416；即

1+2+4+8+16+23+46+47+92+94+184+188+368+376+752+1081+2162+4324+8648=18 416

把 18 416 的全部约数（除掉 18 416 本身之外）统统相加，其和就等于另一个数 17 296；即

1+2+4+8+16+1151+2302+4604+9208=17 296

82. 零巧数

我们规定：一个百位数字为 0 的四位数，如果去掉这个零得到的三位数的 9 倍等于原数，则这种四位数称为零巧数. 如 4050 的百位数是 0，去掉这个 0. 得到 450. 因为 450×9 =4050，所以 4050 是零巧数.

你能不能在所有的四位数中找出所有的零巧数来？

解析：我们先尝试根据零巧数的特点来找寻它所满足的关系式. 设所求的四位数是 $\overline{x0yz}$，那么 $\overline{x0yz}=9\times\overline{xyz}$，即 $1000x+10y+z=9(100x+10y+z)$，化简得 $25x=2(10y+z)$ ……（1）.

所以 x 必为偶数，即为 2 或 4 或 6 或 8，但必须 $x\neq8$，因为若 $x=8$，则 $25x=200$，但由（1）$2(10y+z)\leqslant2\times99$，所以 $x=2$ 或 4 或 6.

若 $x=2$. 则 $50=2(10y+z)$，所以 $y=2$，$z=5$，此时 $\overline{x0yz}=2025$；若 $x=4$，则由

（1），$50=10y+z$，所以 $y=5$，$z=0$，此时 $\overline{x0yz}=4050$；若 $x=6$，则由（1），$75=10y+z$，所以 $y=7$，$z=5$，$\overline{x0yz}=6075$.

答：四位数中找出所有的零巧数共 3 个：2025，4050，6075.

83. 十字相乘数

对于一个自然数 n，如果能找到自然数 a（$a>0$）和 b（$b>0$），使 $n-1=a+b+ab$，则称 n 为一个"十字相乘数"，例如：$4-1=1+1+1\times1$，则 4 是一个"十字相乘数"，在 1～20 这 20 个自然数中，"十字相乘数"共有多少个？

解析：由 $n-1=a+b+ab$ 可知，$n=a+b+ab+1=(a+1)\times(b+1)$

当 $a=b$ 时，"十字相乘数"可取 4，9，16 这 3 个数；

当 $a\neq b$ 时，不妨设 $a>b$，则

若 $b=2$ 时，则 $a>2$，且 $a+1\leqslant\dfrac{20}{3}$，$a\leqslant\dfrac{17}{3}=5\dfrac{2}{3}$，

故 $a=3$，4，5，此时"十字相乘数"为 12，15，18；

若 $b=3$ 时，则 $a>3$，且 $a+1\leqslant\dfrac{20}{4}$，

$a\leqslant4$，故 $a=4$，此时"十字相乘数"为 20；

若 $b>3$，不合题意.

答：在 1～20 这 20 个自然数中，"十字相乘数"一共有 7 个：4，9，16，12，15，18，20.

84. 智慧数

我们规定：如果一个自然数能表示成两个自然数的平方差，则把这个自然数称为智慧数. 如 $16=5^2-3^2$，则 16 称为智慧数.

请确认：在自然数列中，从 1 数起，第 2000 个智慧数是哪个数？

解析：要确定第 2000 个智慧数，应该先找到智慧数的分布规律.

因为 $2k+1=(k+1)^2-k^2$ 显然，每个大于 4，并且是 4 的倍数的数也是智慧数. 由此可知，被 4 除余 2 的偶数，都不是智慧数.

由此可知，自然数列中最小的智慧数是 3，第 2 个智慧数是 5，从 5 起，依次是

5，7，8；9，11，12； 13，15，16；17，19，20…即按 2 个奇数，一个 4 的倍数，三个一组地依次排列下去．根据这个结论，我们容易知道：因为 2000 = 1+3×666+1，所以第 1999 个智慧数是 4×666+4=2668，故第 2000 个智慧数是 2669.

答：第 2000 个智慧数是 2669.

85. 有趣的自守数

纪念活动中的数学题．1976 年，在美国举行了建国 200 周年的纪念活动．在某中学的黑板报《一日一题》栏中有一道有趣题目：1776^{200} 的最后两位数字是什么？

黑板报前围着一大群学生，大家议论纷纷．约翰看了看题目，伸出了舌头“哟，1776 的 200 次方，1776 年，美国第一任总统华盛顿宣布建立美利坚合众国，确实值得纪念．但是要把 1776 连乘 200 次，才能找出最后的末尾两位数字，恐怕不知道要算到何时，也不知道要用掉多少草稿纸哩．”聪明的汤姆认为“76”是一个很特殊的数．任何两个自然数，只要它们的最后两位数是 76，则其乘积的最后两位数字也必然是 76．例如 376×576=216 576，176×876=154 176 等．这样的例子不胜枚举．请同学们作出一般的证明．

解析：设两个数分别为 $100a+76$ 与 $100b+76$，这里 a、b 是任意自然数，则

$$(100a+76)(100b+76)=10\,000ab+7600a+7600b+5776=100(100ab+76a+76b+57)+76$$

由于，a、b 是自然数，因此，最后两位数一定是 76．故1776^{200} 这个数的最后两位数毫无疑问地也是 76.

注：若一个数与它自己相乘，得到的积最后的一位、两位、三位数字…恰好就是原来的因数．这种数就叫作自守数．自守数还有：

5、25、625、90 625、890 625、2 890 625；

6、76、376、9376、109 376、7 109 376….

86. 完美数

已知自然数 a 和 b，如果 b 能够整除 a，就说 b 是 a 的一个因数，也称为约数．显然，任何自然数 a，总有因数 1 和 a．我们把小于 a 的因数叫作 a 的真因数.

例如 6，12，14 这三个数的所有真因数：

6：1，2，3；	1+2+3=6	6 = 6
12：1，2，3，4，6；	1+2+3+4+6=16	16>12

14：1，2，7；　　　　1+2+7=10　　　　　10<14

像 12 这样小于它的真因数之和的叫作亏数（不足数）；大于真因数之和的（如 14）叫作盈数或过剩数；恰好相等的（如 6）叫作完全数，也称为完美数．

古希腊人非常重视完全数．大约在公元 100 年，尼可马修斯写了第一本专门研究数论的书《算术入门》，其中写道："也许是这样：正如美的、卓越的东西是罕有的，是容易计数的，而丑的、坏的东西却滋蔓不已；所以盈数和亏数非常之多，而且紊乱无章，它们的发现也毫无系统．但是完美数则易于计数，而且又顺理成章……，它们具有一致的特性：尾数都是 6 或 8，而且永远是偶数．"

现在数学家已发现，完全数非常稀少，至今人们只发现 29 个，而且都是偶完美数．前 5 个完美数分别是：6，28，496，8128，33 550 336．

经过不少科学家的研究，现在已经发现，假如数（2^n-1）是素数，那么数 $2^{(n-1)}\times(2^n-1)$ 就一定是完全数，其中的 n 也同样是素数．为此，数学家就用英文 prime（素数）的第一个字母 p 代替 n，还把形如（2^p-1）的素数叫"默森尼数"．但是对于下面两个问题："偶完全数的个数是不是有限的？""有没有奇完全数？"数学家到现在还没有解决．

完全数有许多有趣的性质：

① 它们都是三角形数　例如：

6=1+2+3

28=1+2+3+4+5+6+7

496=1+2+3+…+30+31

8128=1+2+3…+126+127

② 每个都是调和数

它们的全部因数的倒数之和都是 2，因此每个完全数都是调和数．例如：

1/1+1/2+1/3+1/6=2

1/1+1/2+1/4+1/7+1/14+1/28=2

1/1+1/2+1/4+1/8+1/16+1/31+1/62+1/124+1/248+1/496=2

③ 可以表示成连续奇立方数之和

除 6 以外的完全数，还可以表示成连续奇立方数之和，并规律式增加．例如：

$28=1^1+3^3$

$496=1^3+3^3+5^3+7^3$

$8128=1^3+3^3+5^3+\cdots+15^3$

$33\ 550\ 336=1^3+3^3+5^3+\cdots+125^3+127^3$

④ 都可以表达为 2 的一些连续正整数次幂之和

不但如此，而且它们的数量为连续质数．例如：

$6=2^1+2^2$

$28=2^2+2^3+2^4$

$496=2^4+2^5+2^6+2^7+2^8$

$8128=2^6+2^7+2^8+2^9+2^{10}+2^{11}+2^{12}$

$33\ 550\ 336=2^{12}+2^{13}\cdots+2^{24}$

⑤ 完全数都是以 6 或 8 结尾

如果以 8 结尾，那么就肯定是以 28 结尾（目前科学家仍未发现由其他数字结尾的完全数）.

⑥ 各位数字辗转式相加直到变成个位数则一定是 1 除 6 以外的完全数，把它的各位数字相加，直到变成个位数，那么这个个位数一定是 1.

例如：28：2+8=10，1+0=1

496：4+9+6=19，1+9=10，1+0=1

8128：8+1+2+8=19，1+9=10，1+0=1

⑦ 它们被 3 除余 1、被 9 除余 1、$\frac{1}{2}$ 被 27 除余 1，

除 6 以外的完全数，它们被 3 除余 1、9 除余 1、还有 $\frac{1}{2}$ 被 27 除余 1.

$\frac{28}{3}$ 商 9，余 1

$\frac{28}{9}$ 商 3，余 1

$\frac{28}{27}$ 商 1，余 1

$\frac{496}{3}$ 商 165，余 1

$\frac{496}{9}$ 商 55，余 1

$\frac{8128}{3}=2709$，余 1

$\frac{8129}{9}$ 商 903，余 1

$\frac{8128}{27}$ 商 301，余 1.

那么第 6 个完全数是多少？

解析：

∵第 6 个素数 n=17，

∴第 6 个完全数是:

$2^{(n-1)}\times(2^n-1)=2^{16}\times(2^{17}-1)=65\ 536\times 131\ 071=8\ 589\ 869\ 056$.

答：第 6 个完全数是 8 589 869 056.

87. 数字黑洞

（1）二位数学世界的“黑洞”

我们先从简单的两位数开始，个位数变十位数不一样．比方说 12，把它变成 21，然后互相减（当然用大数减去小数）：

21−12=9

我们把 9 看成 09，然后再颠倒次序得 90，再互相减得 90−09=81．

我们把 81 颠倒次序：个位数为十位数，十位数变个位数，我得到 18，于是用减法我得 81−18=63．

我们再用刚才的方法运算：63−36=27．

再继续运算：72−27=45．

我们再计算：54−45=9．

这时我们就停止，不必算了，因为再算下去就会重复前面的结果，最后又回到 9 来．

我们拿 13 来算，得：

$$\begin{array}{r}31\\-13\\\hline 18\end{array}\quad\begin{array}{r}81\\-18\\\hline 63\end{array}\quad\begin{array}{r}63\\-36\\\hline 27\end{array}\quad\begin{array}{r}54\\-45\\\hline 9\end{array}\quad\begin{array}{r}54\\-45\\\hline 9\end{array}\quad\begin{array}{r}90\\-9\\\hline 81\end{array}$$

拿 14 来算，得：

$$\begin{array}{r}41\\-14\\\hline 27\end{array}\quad\begin{array}{r}72\\-27\\\hline 45\end{array}\quad\begin{array}{r}54\\-45\\\hline 9\end{array}\quad\begin{array}{r}90\\-9\\\hline 81\end{array}\quad\begin{array}{r}81\\-18\\\hline 63\end{array}\quad\begin{array}{r}63\\-36\\\hline 27\end{array}$$

拿 82 来算，得：

$$\begin{array}{r}82\\-28\\\hline 54\end{array}\quad\begin{array}{r}54\\-45\\\hline 9\end{array}$$

这真是奇怪，好像是有一些规律出现：这样减后的数，个位数和十位数的和一定是 9，最后的运算总会跑到 9 这个数字！

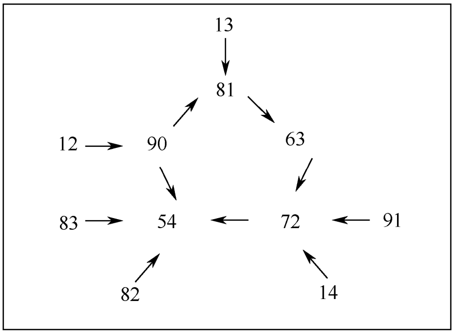
我们试试另外一些数字：83 和 91．

$$\begin{array}{r}83\\-38\\\hline 45\end{array}\quad\begin{array}{r}54\\-45\\\hline 9\end{array}\quad\left|\quad\begin{array}{r}91\\-19\\\hline 72\end{array}\quad\begin{array}{r}72\\-27\\\hline 45\end{array}\quad\begin{array}{r}54\\-45\\\hline 9\end{array}\right.$$

真的！怎么又出现 9 呢？

这时我们想出任何一位数和两位数不一样的两位数 A，我们用以上的方法可以得到新的数．把这新数取它的颠倒次序所成的数，然后选最大的数用 B 表示，然后

用箭头“→”把 A 和 B 接合写成：$A \to B$，这表示 B 是由 A 推导出来，把我们刚才算过的一些例子用这表示方法得到下面的数据：



现在有许多天文学家相信宇宙有一种星体叫“黑洞”（black hole），它具有非常大的质量和吸力，光线不会从它身上逸出，如果星体经过它的吸力范围，就会吸进而不能出来．看来我们是发现了二位数字的世界里的“黑洞”，它们只要一进入由“90，81，63，72，54”组成的环里，就永远不会出来，一直在里面绕呀绕．

（2）三位数学世界的“黑洞”

我们从任意的一个三位数 107 开始．将｛1，0，7｝先根据大到小的排法，得到的三位数，减掉由小到大的排法所组成的数，也就是 710−017=693．

我们的下一个数就是由｛6，9，3｝根据从大到小的排法所组成的数，即 963．

于是我们画一个箭头“→”，写成 107→963．

从 963 算到：963−369 = 594．

于是有 107→963→954．

由 954 得到：954−459 = 495．

因此根据以上的走法，又回到 954 了，即：

107→963→954

我们再举例一个数 184，于是我们第二次就由数 184 出发：

841−148=693

奇怪！我们有：184→963→954

为了说明问题，我们再举例一个数 121，于是我们第三次就由数 121 出发，按上述方法算：

$$\begin{array}{r}211\\-112\\\hline 099\end{array}\qquad\begin{array}{r}990\\-99\\\hline 891\end{array}\qquad\begin{array}{r}981\\-189\\\hline 792\end{array}\qquad\begin{array}{r}972\\-279\\\hline 693\end{array}$$

我们得到 121→990→981→972→963→954

真是奇妙！我们从不同的三位数出发最后都要落进 954 去．这是偶然现象，还是必然现象呢？

就再拿一个数来试验，很自然地我们想到是 123，

$$\begin{array}{r}321\\-123\\\hline 198\end{array}\quad\begin{array}{r}981\\-189\\\hline 692\end{array}\quad\begin{array}{r}962\\-269\\\hline 693\end{array}\quad\begin{array}{r}963\\-396\\\hline 594\end{array}\quad\begin{array}{r}954\\-459\\\hline 495\end{array}$$

用以上的写法我们得到：

123→981→962→963→954

于是我们就大胆地作下面的猜想：“954 是三位数世界里的‘黑洞’，只要从任何个十百位数不会全部一样像 111，222，888 的三位数出发，它们一定最后掉进 954 里不会出来．”

（3）那么，四位数学世界的“黑洞”是多少？

解析：我们随机选取一个四位数．例如，拿一个骰子，就连续丢四次，得到第一个四位数是 5462. 将这个四位数从大到小排列的新数 6542 以及从小到大排列的新数 2456，然后算它们的差得 4086. 我的运算如下:

$$\begin{array}{r}6542\\-)\ 2456\\\hline 4086\end{array}\quad\begin{array}{r}8640\\-)\ 0486\\\hline 8172\end{array}\quad\begin{array}{r}8721\\-)\ 1278\\\hline 7443\end{array}\quad\begin{array}{r}7443\\-)\ 3447\\\hline 3996\end{array}$$

$$\begin{array}{r}9963\\-)\ 3699\\\hline 6264\end{array}\quad\begin{array}{r}6642\\-)\ 2466\\\hline 4176\end{array}\quad\begin{array}{r}7641\\-)\ 1467\\\hline 6174\end{array}$$

得到 6174，再算下去又回到 6174，用我们以前的写法得到:

5462→8640→8721→7443→9963→6642→7641

我们自然联想到，是不是 7641 是四位数世界里的“黑洞”呢？

我们再随便举四个数：①3331，②8303，③7863，④2126，⑤2314，⑥5473，仍按上述方法计算:

① $$\begin{array}{r}3331\\-)1333\\\hline 1999\end{array}\quad\begin{array}{r}9981\\-)1899\\\hline 8082\end{array}\quad\begin{array}{r}8820\\-)0288\\\hline 8532\end{array}\quad\begin{array}{r}8532\\-)2358\\\hline 6174\end{array}\quad\begin{array}{r}7641\\-)1467\\\hline 6174\end{array}$$

② $$\begin{array}{r}8330\\-)0338\\\hline 7992\end{array}\quad\begin{array}{r}9972\\-)2799\\\hline 7173\end{array}\quad\begin{array}{r}7731\\-)1377\\\hline 6354\end{array}\quad\begin{array}{r}6543\\-)3456\\\hline 3087\end{array}$$

$$\begin{array}{r}8730\\-)\ 0378\\\hline 8352\end{array}\quad\begin{array}{r}8532\\-)2358\\\hline 6174\end{array}$$

③ $$\begin{array}{r}8763\\-)3678\\\hline 5085\end{array}\quad\begin{array}{r}8550\\-)0558\\\hline 7992\end{array}$$ **很巧！可以连到②的结果。**

④ $$\begin{array}{r}6221\\-)1226\\\hline 4995\end{array}\quad\begin{array}{r}9954\\-)4599\\\hline 5455\end{array}\quad\begin{array}{r}5554\\-)\ 4555\\\hline 0999\end{array}\quad\begin{array}{r}9990\\-)0999\\\hline 8991\end{array}$$

可以连到①的结果。

⑤
$$\begin{array}{r} 4321\\ -)1234\\ \hline 3087\end{array}\quad\begin{array}{r} 8730\\ -)0378\\ \hline 8352\end{array}\quad\begin{array}{r} 8532\\ -)2358\\ \hline 6174\end{array}\quad\begin{array}{r} 7641\\ -)1467\\ \hline 6174\end{array}$$

⑥
$$\begin{array}{r} 7543\\ -)3457\\ \hline 4086\end{array}\quad\begin{array}{r} 8640\\ -)0468\\ \hline 8172\end{array}\quad\begin{array}{r} 8721\\ -)1278\\ \hline 7443\end{array}\quad\begin{array}{r} 74443\\ -)3447\\ \hline 3996\end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9663\\ -)3699\\ \hline 6264\end{array}\quad\begin{array}{r} 6642\\ -)2466\\ \hline 4176\end{array}$$

实在巧妙！它们都跑到 7641 去！

我们这时肯定：7641 是四位数世界里的“黑洞”，只要从任何个十百千位数不会全一样如 2222，5555 之类的数出发，它们一定最后掉进 7641 而不会出来！

是否有更高位数的世界也有黑洞，也未可知，有待读者研究！

答：四位数学世界的“黑洞”是 7641.

八、诗词古算

中国古代算术名著有：《周髀算经》、《九章算术》、《海岛算经》、《张丘建算经》、《夏侯阳算经》、《五经算术》、《辑古算经》和《算经十书》.

中国古代算术丛书中留下了许多名题，这些题目不仅富于情趣，而且解答时常采用变换、假设、逆推、化归等方法，表现出解题者巧妙的思路和独特的机智.

一些十分有趣的诗词古算题，语言生动活泼，构思巧妙.

88. 百羊问题

甲赶羊群逐草茂，乙拽一羊随其后，
戏问甲及一百否？甲云所说无差谬，
所得这般一群凑，再添半群小半群，
得你一只来方凑，玄机奥妙谁猜透？

释义：一个牧羊人赶着一群羊，有人牵着一只羊从后面跟来，问牧羊人："你这群羊有100只吗？"牧羊人说："如果我再有这样一群羊，加上这群羊的一半又一半的一半，连同你这一只羊，就刚好满100只．请问牧羊人一共赶多少只羊？

解析：设牧羊人放 x 只羊，依题意有

$$x\left(1+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)+1=100 \text{（只）}$$

解得：$x=4\times9=36$（只）

答：牧羊人放36只羊.

89. 牧童分瓜

几个牧童闲耍，张家园内偷瓜.
将来林下共分拿，三人七枚便罢.
分讫剩余一个，内有伴歌兜搭.
四人九个又分拿，又余两个撕打.

（选自《增删算法统宗・七盈朒》）

注：兜搭：兜搭在千搜词霸中的释意：主动搭讪闲谈：兜搭上来.

释义：几个牧童无事玩耍，到张家瓜园内偷瓜．将偷到的瓜拿到树林里分．每3人分到7个瓜，余1个瓜；每4人分到9个瓜，余2个瓜．在分瓜的时候，有人伴歌兜搭．问：共有多少人，多少瓜？

解析：设有牧童x人，则

$$\frac{x}{3}\times 7+1=\frac{x}{4}\times 9+2$$

所以

$$\frac{7}{3}x-\frac{9}{4}x=1$$

解得：$x=12$（人）

将$x=12$代入式$\frac{7}{3}x+1$，便求出瓜数：

$$\frac{7}{3}x+1=\frac{7}{3}\times 12+1=29\text{（个）}$$

答：牧童12人，瓜29个.

90．玉石各重

十一石与八玉等，交换一枚玉便轻.

记得差轻十二两，重轻玉石要分明.

释义：这首诗的意思是说，十一块石与八块玉重量相等，交换一块石与玉后，七块玉与一块石的重量就比十块石与一块玉的重量轻十二两，问玉、石每块各重多少？

解析：设石重为x两，玉重为y两，则

$$\begin{cases}11x=8y & (1)\\ 10x+y=7y+x+12 & (2)\end{cases}$$

由式（1）得：

$$x=\frac{8}{11}y \qquad (3)$$

将式（3）代入式（2）：

$$10\times\frac{8}{11}y+y=7y+\frac{8}{11}y+12$$

整理得：

$$\frac{6}{11}y=12$$

解得：

$$y=22$$

将 $y=22$ 代入式（3），解得 $x=16$

$$\therefore \begin{cases} x=16 \\ y=22 \end{cases}$$

答：玉重 22 两，石重 16 两.

91. 李白沽酒

我国古代数学书上有一道有趣的题目，是用打油诗的形式出题，内容讲是李白买酒的事.

无事街上走，提壶去买酒.

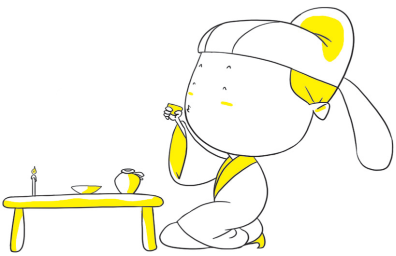
遇店加一倍，见花喝一斗.

三遇店和花，喝光壶中酒.

试问壶中原有多少酒？

李白是我国唐代的一位伟大诗人，平时喜欢喝酒. 这道题目是借李白爱喝酒这件事编出来的，当然实际上不一定有这件事.

释义：李白壶中原来就有一些酒，每次遇到酒店就使壶中的酒增加一倍；每次看到花，他就饮酒作诗，喝去一斗. 这样经过三次，最后把壶中的酒全部喝光了. 问李白酒壶中原来有多少酒？



解析：设李白酒壶中原有酒为 x 斗，根据题意列得方程

$$[(2x-1)\times2-1]\times2-1=0$$

化简此方程得 $8x=7$

$\therefore x=\frac{7}{8}$（斗）

答：李白壶中原有 $\frac{7}{8}$ 斗酒.

注释：李白壶中原有$\frac{7}{8}$斗酒，究竟是多少酒呢？

在元代以前，古代的酒都是发酵酒，度数最多不高过二十，大多是十度以下的米酒，发酵后就过滤而得；元代以后才有蒸馏酒，通过蒸馏提高酒度．唐代斗是2000毫升，$\frac{7}{8}$斗酒也不过是（$\frac{7}{8}\times 2000=1750$）1750 毫升，还不到 3 瓶啤酒容量的低度酒．古代以酒为题诗很多，故有“李白斗酒诗百篇”．

请看“将进酒”：

君不见黄河之水天上来，奔流到海不复回；君不见高堂明镜悲白发，朝如青丝暮成雪．人生得意须尽欢，莫使金樽空对月．天生我才必有用，千金散尽还复来．烹关宰牛且为乐，会须一饮三百杯．岑夫子，丹丘生，将进酒，君莫停．

与君歌一曲，请君为我倾耳听，钟鼓馔玉不足贵，但愿长醉不复醒．古来圣贤皆寂寞，惟有饮者留其名．陈王昔时宴平乐，斗酒十千恣欢谑．主人何言为少钱，径须沽取对君酌．五花马，千金裘，呼儿将出换美酒，与尔同销万古愁．

92．龟鳖戏水

三足团鱼六眼龟，共同山下一深池．
九十三足乱浮水，一百二眼将人窥．
或出没，往东西，倚栏观看不能知．
有人算得无差错，好酒重斟赠数杯．

释义：山下深潭中，“三足团鱼”和“六眼龟”正在戏水．一共有 93 只脚，102 只眼，问各有“三足团鱼”、“六眼龟”多少只？

提示：甲鱼又称鳖或团鱼，团鱼三足、两眼，龟四足、六眼．

解析：设团鱼的只数为 x，龟的只数为 y，则：

$$\begin{cases}3x+4y=93 & (1)\\ 2x+6y=102 & (2)\end{cases}$$

式（2）×1.5－式（1）有：

$$5y=60$$

解得：$y=12$

代入式（2）：

$$2x+6\times12=102$$

解得：x=15

$$\therefore \begin{cases} x = 15 \\ y = 12 \end{cases}$$

答：三足团鱼为 15 只，六眼龟为 12 只.

93. 薄酒名醨

肆中听得语吟吟，薄酒名醨厚酒醇.
好酒一瓶醉三客，薄酒三瓶醉一人，
共同饮了一十九，三十三客醉醺醺.
试问高名能算士，醨酒醇酒几多人？

（选自《增删算法统综·难题二粟布》）

释义：酒楼中听人说，厚酒的酒精度是薄酒的 9 倍. 厚酒 1 瓶可让 3 人喝醉，薄酒要 3 瓶才能让 1 人喝醉. 总共喝了 19 瓶酒，有 33 人喝醉. 问喝两种酒各有多少人？

解析：设喝厚酒人数 x 人，喝薄酒人数 y 人，

$$\begin{cases} \dfrac{x}{3} + 3y = 19 \\ x + y = 33 \end{cases}$$

解得：$\begin{cases} x = 30 \\ y = 3 \end{cases}$

答：喝厚酒 30 人，喝薄酒 3 人.

94. 隔墙猜客

隔墙听得客分银，
不知人数不知银，
七两分之多四两，
九两分之少半斤

注：古称十六两为一斤

释义：隔着墙壁听见客人在分银两，不知人数不知银两的数量. 若每人分七两，还多四两；若每人分九两，则不足八两. 问有多少客人？多少两银？

解析：设有 x 个客人，有 y 两银子，依题意得：

$$\begin{cases}7x = y - 4 & (1)\\ 9x = y + 8 & (2)\end{cases}$$

由式（2）－（1）得：

$2x = 12$

解得：$x = 6$，代入式（1），**解得**：$y = 46$

$\therefore \begin{cases}x = 6\\ y = 46\end{cases}$

答：共有 6 人，46 两银子．

95．鳌山灯球

帝城三五元宵，鳌山两样灯球．

都来一秤三斤油．七两又来添凑．

三两分为四盏，四两分作三瓯．

三停盏子二停瓯，请问先生知否？

（选自《增删算法统综·三衰分》

释义：皇城正月十五（递乘三五，即十五）元宵节．鳌山挂两样灯球，一种为盏，另一种为瓯．共享一秤（十五斤）零三斤油七两油．三两油可用于四盏灯球，四两油分作三瓯灯球，三停盏子二停瓯，可理解为比率盏子为三，瓯为二；又可理解为【盏（斩）子，无后的意思，三停盏子，即是 3；二停瓯，即两个 0；所以，灯球共 300 只】．问有多少盏灯球，多少瓯灯球？

解析：帝城三五元宵．鳌山两样灯球．都来一秤三斤油．七两又来添凑．共有油

$\left[(3\times5+3)\times16+7\right]\times24=7080$（铢）

设有灯球 x 盏、y 瓯，则

$$\begin{cases}x + y = 300\\ \dfrac{x}{4}\times3\times24+\dfrac{y}{3}\times4\times24=7080\end{cases}$$

解得：$\begin{cases}x = 180\\ y = 120\end{cases}$

从而瓯用油

$$\frac{120}{3}\times 4=160\text{（两）}=10\text{ 斤}$$

盏用油

$$\frac{180}{4}\times 3=135\text{（两）}=8\text{ 斤 }7\text{ 两}$$

答：瓯一百二十只，油十斤；盏一百八十个，油八斤七两.

延伸：

请看同类题：元宵观灯——《西江月》：

正月十五元宵，鳌山两岸灯球.

都来一秤三斤油，七两又来添凑.

三两分为四盏，四两分作三瓯.

三停盏子二停瓯，敢请高郎分由.

释义：元宵灯会布置油灯，使用了大小不同的两种灯具，大的叫瓯，每三只瓯需用油四两．小的叫盏，每四只盏需用油三两．共有一称三斤七两油，而瓯和盏的比例为三比二．请将其中的细节推算一番.

注：① 一秤：中国古代重量单位．十五斤为一秤；1 斤=16 两，1 两=24 铢.

② 鳌山，是将五彩缤纷的灯山设置在巨大的竹木布帛扎成的大龟大鳌背上，有的可以滚动行走，这是对汉武帝灯山的发展．由于宋太祖的提倡，元宵村村有鳌山，山上有鼓乐，盛况空前.

96．甲乙沽酒

甲乙二人沽酒，不知谁少谁多.

乙钞少半甲相和，二百无零方可.

乙得甲钱中半．亦然二百无邪.

英贤算得的无讹，将什法儿方可.

（选自《增删校正算法统综·八方程》）

注：少半，不足半数．这里指三分之一．古法上也有四分之一为少半，四分之三为大半.

释义：甲乙二人喝酒，不知谁少谁多．乙出自己钱数的三分之一，加上甲的钱，刚好是 200 文；乙得甲钱的二分之一加上自己的钱也是 200 文．问用什么办法算出甲、乙二人的钱数？

解析：设甲钞为 x，乙钞为 y，依题意

$$\begin{cases} x+\dfrac{y}{3}=200 & (1) \\ \dfrac{1}{2}x+y=200 & (2) \end{cases}$$

将式（1）×3 得

$$3x+y=600 \qquad (3)$$

将式（3）－式（2）得

$$\frac{5}{2}x=400 \qquad (4)$$

解得：

$$x=160（文）$$

将 x=160 代入（3）式得

$$3\times160+y=600$$

解得：

$$y=120（文）$$

联立解为：

$$\begin{cases} x=160 \\ y=120 \end{cases}$$

答：甲钱一百六十文，乙钱一百二十文.

97. 甲乙牧放

甲乙隔沟牧放，二人暗里参详，
甲云得乙九个羊，多你一倍之上，
乙说得甲九只羊，两家之数相当，
两边闲坐脑心肠，画地算了半晌.

（选自《增删算法统宗·六均输》）

释义：甲、乙两人一同在放牧，两人暗地里在数羊的数量．如果乙给甲 9 只羊，则甲的羊数量为乙的两倍；如果甲给乙 9 只羊，则两人的羊数量相同．两人坐在地上伤脑筋，算了半天算不出来.

请问：甲到底有几只羊？

解析：设甲家有羊 x 只，乙家有羊 y 只，依题意：

$$\begin{cases} x+9=2\times(y-9) & (1) \\ x-9=y+9 & (2) \end{cases}$$

由（2）式得:

$$x=y+18 \qquad (3)$$

将（3）式代入（1）式得:

$$(y+18)+9=2\times(y-9)$$

解得：$y=45$（只），将 $y=45$ 代入（3）式

$x=y+18=45+18=63$（只）

$\therefore \begin{cases} x=63 \\ y=45 \end{cases}$

答：甲家有羊 63 只，乙家有羊 45 只.

98. 经商本钱——水仙子

为商出外去经营，将带白银去贩参.

为当初不记白银锭，只记得七钱七买六斤.

脚钱便使用三分，总计用牙钱四锭.

是六十分中取二分，问先生贩买数分明.

注：① 这里银 1 锭=50 两，1 两=10 钱，1 钱=10 分.

② 牙人：旧时居于买卖人双方之间，从中撮合，以获取佣金的人. 又叫牙子，牙郎，牙侩. 牙钱：牙人抽取的佣金.

释义：一商人带白银若干锭，外出倒卖人参，当初不知道带多少锭白银，只记得七钱七分买六斤人参，同时付拉脚钱三分. 总计用牙钱四锭，四锭是总银数的六十分中取二分. 问：买多少人参，原带银多少，牙钱、脚钱各多少？

解析：牙钱银四锭等于：4 × 50=200（两）

原银为 x 两，买参为 y 斤，则用于买参的的钱数（$x-200$）两；买 6 斤参的钱数为 7.7+0.3=8（钱）=0.8 斤，脚钱为 0.3. 依题意:

$$\begin{cases} \dfrac{2}{60}x=4\times 50 & (1) \\ y=\dfrac{x-200}{0.8}\times 6 & (2) \end{cases}$$

由式（1）解得:

$x=6000$（两）

将 $x=6000$ 代入式（2），解得买参:

$y=43\ 500$（斤）

脚钱:（43 500 ÷ 6）× 0.03=217.5（两）

$$\therefore \begin{cases} x=6000 \\ y=43\ 500 \end{cases}$$

答：人参 43 500 斤，原银 6 000 两，牙钱 200 两，脚钱 217 两 5 钱.

99. 新街籴米——西江月

客向新街籴米，共量八十四石.

一千二百七十知，石价尽依乡例.

雇觅小车搬运，装钱三百三十.

脚言家内缺粮食，只据原钱要米.

释义：一客商从新街米市买米八十四石，按市场价格每石米一千二百七十文，雇觅小车搬运，运费每石三百三十文钱，拉脚的人因家内缺粮食，要客商用米来代替运费.

问：客商米、脚夫米各多少石？

解析：设客商米为 x 石，脚夫米为 y 石，依题意:

$$\begin{cases} x+y=84 & (1) \\ x=1270\times 84\div(1270+330)=66.675 & (2) \end{cases}$$

将式（2）代入式（1），解得:

$y=84-66.675=17.325$（石）

答：客商米 66.675 石，脚夫米 17.325 石.

九、不等式趣题

用不等号将两个解析式连接起来所成的式子．在一个式子中的数的关系，不全是等号，含不等符号的式子，那它就是一个不等式．例如 $2x+2y\geqslant 2xy$，$\sin x\leqslant 1$，$ex>0$，$2x<3$，$5x\neq 5$ 等．不等式分为严格不等式与非严格不等式．一般的，用纯粹的大于号、小于号“>”“<”连接的不等式称为严格不等式，用不小于号（大于或等于号）、不大于号（小于或等于号）≥”“≤”连接的不等式称为非严格不等式，或称广义不等式．

编辑本段不等式的最基本性质：

① 如果 $x>y$，那么 $y<x$；如果 $y<x$，那么 $x>y$；（对称性）

② 如果 $x>y$，$y>z$；那么 $x>z$；（传递性）

③ 如果 $x>y$，而 z 为任意实数或整式，那么 $x+z>y+z$；（加法原则）

④ 如果 $x>y$，$z>0$，那么 $xz>yz$；如果 $x>y$，$z<0$，那么 $xz<yz$；（乘法原则）

⑤ 如果 $x>y$，$z>0$，那么 $x\div z>y\div z$；如果 $x>y$，$z<0$，那么 $x\div z<y\div z$；

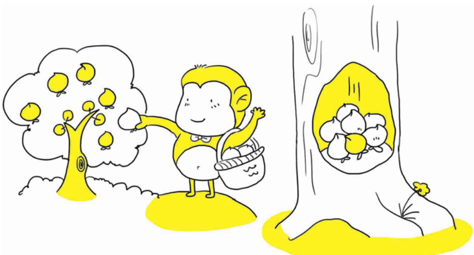
⑥ 如果 $x>y$，$m>n$，那么 $x+m>y+n$；（充分不必要条件）

⑦ 如果 $x>y>0$，$m>n>0$，那么 $xm>yn$；

⑧ 如果 $x>y>1$，那么 $x^n>y^n$（n 为正数），$1>x>y>0$，那么 $x^n>y^n$（n 为正数）．

100．小猴甜甜

小猴甜甜和宝宝，在桃园里摘里一大筐又红又大的桃子，放到一颗桃树下．由于太累了，它们靠着树干双双睡着了．甜甜醒来后便把桃子均分为两堆，发现还多一个，便把多余的一个吃掉了，取走自己应得的一份；宝宝醒来后便把桃子均分为两堆，发现还多一个，便把多余的一个吃掉了，取走自己应得的一份．如果原有的桃子数不少于 100，那么甜甜至少可以取走几个桃子呢？



解析：如果宝宝取走的桃子数用 A 表示，那么，取走前它所面临的桃子数应为 $2A+1$；

甜甜留下的桃子数既然为（$2A+1$），那么，它取走的桃子数也应为 $2A+1$；

甜甜取走前，它所面临的桃子数应为（$2A+1$）+（$2A+1$）+1，即 $4A+3$.

这说明，海滩上原有桃子数为 $4A+3$，但这堆桃子不少于 100 个，所以 A 不小于 25．因此第一只猴子至少可以取走 51（$=2\times25+1$）个桃子.

答：甜甜至少可以取走 51 个桃子.

101．六丈六尺布

六丈六尺布，裁成两种裤；
长的七尺二，短的二尺五；
布要全用尽，规格要符合；
各样有几条，请问大师傅？

释义：有六丈六尺宽的布，要把它做成两种裤子，长裤七尺二，短裤二尺五．所有的布要全用完，规格要符合要求．请问裁缝师傅：长裤裁出多少条，短裤裁出多少条？

解析：设长裤裁出 x 条，短裤裁出 y 条，根据题意得：

$$7.2x+2.5y=66$$

转化为：

$$y=\frac{660-72x}{25} \tag{1}$$

显然 x、y 必须是正整数，即：

$\dfrac{660-72x}{75}>0$，解得：$x<9\dfrac{1}{6}$．所以 x 取 1 至 9 的整数．由于

$$y=\frac{660-72x}{25}$$

可知，x 必须是 5 的倍数，否则 $y=\dfrac{660-72x}{25}$ 就不是整数．所以 $x=5$（条），代入式（1）得：$y=12$（条）.

答：裁出长裤 5 条，短裤 12 条.

102. 比萨斜塔的石柱

一位意大利数学家游玩了比萨斜塔后，提出了一道有趣的问题．他说：比萨斜塔共有 8 层，其中顶层有 12 根石柱，中间 6 层，每层的石柱一样多，底层石柱只有中间每层石柱的一半，而且中间每层和底层的石柱数都是 5 的倍数．告诉你比萨斜塔是由 200 多根石柱构成，但不会超过 250 根．请问：比萨斜塔是由多少根石柱构成的？

解析：设比萨斜塔的底层有 x 根石柱，那么中间 6 层各有 $2x$ 根，则比萨斜塔共有 $x+6\times 2x+12=(13x+12)$ 根石柱.

由于中间每层和底层的石柱数都是 5 的倍数，即 x 是 5 的倍数，因此 x 可取 5，10，15，20，…

x 取 5，10 时，总石柱数少于 200； x 取 20 时，$13x+12=272>250$，也不符合题意；当 $x=15$ 时，$13x+12=207$（根），符合要求.

答：比萨斜塔由 207 根石柱构成.

103. 分配宿舍

给某班男生分配宿舍，如果每间住 4 人，则余 3 人没房间；如果每间住 6 人，则空 3 间宿舍，并且还有一间不足 6 人．问共有多少宿舍和多少男生？

解析：设有 x 间宿舍，则 $6(x-4)<4x+3<6(x-3)$

由 $6(x-4)<4x+3$，解得： $x<\dfrac{27}{2}=13.5$，由 $4x+3<6(x-3)$，解得： $x>\dfrac{21}{2}=10.5$

即：$10.5<x<13.5$，房间数是整数， x 取 11、12、13

x 取 11， $4x+3=4\times 11+3=47$（人）；

x 取 12， $4x+3=4\times 12+3=51$（人）；

x 取 13， $4x+3=4\times 13+3=55$（人）

答：宿舍可能是 11 间，或 12 间，或 13 间；男生可能是 47 人或 51 人，或 55 人.

104. 燃烧的速度

爆破施工时，导火索燃烧的速度为 0.8 厘米/秒，人跑开的速度是 5 米/秒，为了使点导火索的战士在爆破时能跑到离爆破点 100 米的安全地区，导火索至少要多长？

解析：设导火索至少要 x 厘米长，根据导火索燃烧的速度为 0.8 厘米/秒，人跑开的速度是 5 米/秒，为了使点导火索的战士在爆破时能跑到离爆破点 100 米的安全地区，可列不等式求解.

$$\frac{x}{0.8}\times 500 \geqslant 10\,000 \tag{1}$$

$$x \geqslant 10\,000\times 0.8\div 500 = 16 \text{（厘米）}$$

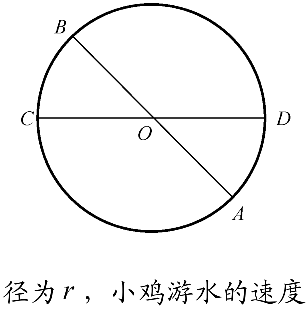
答：导火索至少要 16 厘米长.

105. 恶狼追小鸡

一只小鸡受到恶狼的追击，在恶狼即将抓住小鸡的时候，小鸡正好逃到一个圆形水池边 A 点处（见下图），小鸡见水便纵身跳下水池. 恶狼只好在岸上沿水池追击，企图在小鸡上岸时抓住它. 假想恶狼的速度是小鸡游水速度的 2 倍，问：

（1）若小鸡在 A 点处下水后立即向对岸 B 点处游去，上岸时是否被恶狼抓住？

（2）若小鸡在 A 点处下水后立即向水池中心 O 点游去，到达 O 点处时，恶狼追到 C 点处，小鸡立即向 C 点处对岸 D 点处游去，问上岸时能否脱险？



解析：设圆形水池的半径为 r，小鸡游水的速度为 v，则恶狼的速度为 $2v$.

（1）小鸡游完水池直径所需时间为 $\frac{2r}{v}$，恶狼跑完半圈 ACB 所需的时间为 $\frac{\pi r}{2v}$，

因为 $\frac{2r}{v}-\frac{\pi r}{2v}=\frac{4r-\pi r}{2v}=\frac{(4-\pi)r}{2v}>0$

所以，小鸡被恶狼抓住.

（2）小鸡游完 OD 所需时间为 $\frac{r}{\upsilon}$，恶狼跑完半圈 CAD 或 CBD 所需的时间为 $\frac{\pi r}{2\upsilon}$，因为 $\frac{r}{\upsilon}-\frac{\pi r}{2\upsilon}=\frac{(2-\pi)r}{2\upsilon}<0$

所以，小鸡能脱险.

答：小鸡能脱险.

十、整式的乘除

同底数幂的乘法法则：同底数幂相乘，底数不变指数相加.

幂的乘方法则：幂的乘方，底数不变，指数相乘.

积的乘方法则：积的乘方等于把积的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘.

单项式与单项式相乘有以下法则：单项式与单项式相乘，把它们的系数、同底数幂分别相乘，其余字母连同它的指数不变，作为积的因式.

单项式与多项式相乘有以下法则：单项式与多项式相乘，就是用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加.

多项式与多项式相乘有下面的法则：多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的每一项，再把所得的积相加.

平方差公式：两数和与这两数差的积等于这两数的平方差.

完全平方公式：两数和的平方，等于这两数的平方和，加上这两数积的 2 倍. 两数差的平方，等于这两数的平方和，减去这两积的 2 倍.

同底数幂相除，底数不变，指数相减.

106. 定义新运算

设 $a*b$ 表示 a 的 3 倍减去 b 的 2 倍，即：

$a*b=3a-2b$

（1）计算 $\left(\frac{5}{3}*\frac{4}{5}\right)*\frac{3}{4}$；

（2）这个运算“*”满足交换律、结合律吗？

解析：（1）$\left(\frac{5}{3}*\frac{4}{5}\right)*\frac{3}{4}=\left(\frac{5}{3}\times3-\frac{4}{5}\times2\right)*\frac{3}{4}=\frac{17}{5}*\frac{3}{4}=\frac{17}{5}\times3-\frac{3}{4}\times2=\frac{87}{10}$.

（2）由运算定义可知:

$(5*4)*3=(3\times5-2\times4)*3=7*3=(3\times7-2\times3)=15$，

$5*(4*3)=5*(3\times4-2\times3)=5*6=3\times5-2\times6=3$，

$\therefore (5*4)*3\neq5*(4*3)$.

所以，运算“*”无结合律.

又由于 $5*4=3\times5-2\times4=7$，$4*5=3\times4-2\times5=2$，

所以，$5*4\neq4*5$，即运算“*”无交换律.

107. 买卖猪

用 100 枚银币买了 250 头猪．折合起来是 2 枚银币买 5 头猪．

把这 250 头猪分成 125 头瘦猪和 125 头肥猪出卖，瘦猪 3 头卖一枚银币，若卖 120 头就可得 40 枚银币；肥猪 2 头卖一枚银币，若卖 120 头就可得 60 枚银币．

和买价一样，折合起来，2 枚银币卖 5 头猪，但是卖了 240 头猪就得钱 100 枚银币，还剩下 5 头瘦猪和 5 头肥猪．请问这是什么原因？

这个问题出自阿尔金之书．

解析：若按买猪时那样，2 枚银币买 5 头猪来计算则是错误的，应该计算每头猪折合多少银币才对．

买进时，2 枚银币 5 头猪，每头猪为 $\frac{2}{5}$ 银币；卖出时，瘦猪每头为 $\frac{1}{3}$ 枚银币，设瘦猪共卖去 m 头，则收款为 $\frac{m}{3}$ 枚银币．肥猪每头猪为 $\frac{1}{2}$ 枚银币，设共卖去 n 头，则收款为 $\frac{n}{2}$ 枚银币．猪数总计为（$m+n$）头，收款合计为 $\left(\frac{m}{2}+\frac{n}{2}\right)$ 枚银币．那么，每头猪平均卖的银币数应为：

$$\frac{\frac{m}{3}+\frac{n}{2}}{m+n}=\frac{2m+3n}{m+n}$$

因为 $m=n$，所以每头猪就要卖 $\frac{5}{12}$ 枚银币，这比 $\frac{2}{5}$ 的买价要高些．

假如瘦猪和肥猪的头数比为 $m:n=3:2$，那才能和买猪时一样，每头猪平均为 $\frac{2}{5}$ 枚硬币．

答：每头猪平均卖价计算方法不对．

108. 翻转的三角形

已知正方形 $ABCD$ 的边长 $AB=k$（k 是正整数），等边三角形△PAE 的顶点 P 在正方形内，顶点 E 在边 AB 上，且 $AE=1$．将△PAE 在正方形内按图 1 中所示的方式，沿着正方形的边 AB、BC、CD、DA、AB、……连续地翻转 n 次，使顶点 P 第一次回到原来的起始位置．

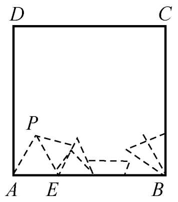


图 1

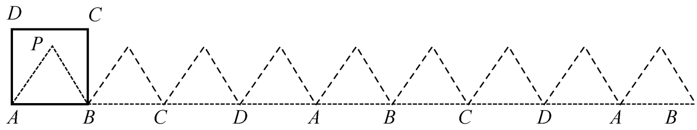


图 2

（1）如果我们把正方形 $ABCD$ 的边展开在一直线上，那么这一翻转过程可以看作是△PAE 在直线上作连续的翻转运动．图 2 是 k=1 时，△PAE 沿正方形的边连续翻转过程的展开示意图．请你探索：若 k=1，则△PAE 沿正方形的边

连续翻转的次数 n=？时，顶点 P 第一次回到原来的起始位置；

（2）若 k=2，则 n=？时，顶点 P 第一次回到原来的起始位置；若 k=3，则 n=？时，顶点 P 第一次回到原来的起始位置；

（3）请你猜测：使顶点 P 第一次回到原来的起始位置的 n 值与 k 之间的关系（请用含 k 的代数式表示 n）．

**解析**：正△PAE 的顶点 P 在正方形内按图 1 中所示的方式连续地翻转，顶点 P 第一次回到原来的起始位置，实际上正方形周长和与三角形的周长和相等，正方形的周长=4k，三角形的周长=3，即找 4k，3 的最小公倍数，由此求出 k=1，2，3 时 n 的值；故当 k 是 3 的倍数时，n=4k；当 k 不是 3 的倍数时，n=12k.

答：正△PAE 的顶点 P 在正方形内按图 1 中所示的方式连续地翻转，顶点 P 第一次回到原来的起始位置，实际上正方形周长和与三角形的周长和相等，正方形的周长=4k，三角形的周长=3，即找 4k，3 的最小公倍数；

（1）当 k=1 时，4k，3 的最小公倍数是 12，故 n=12；

（2）当 k=2 时，4k，3 的最小公倍数是 24，故 n=24；当 k=3 时，4k，3 的最小公倍数是 12，故 n=12；

（3）当 k 是 3 的倍数时 n=4k，当 k 不是 3 的倍数时 n=12k.

109．瓶子与杯子

圣水杯是宗教用品，用于盛放降福、驱邪、治病的水的杯子．

图 1 的瓶子盛满了水，如果将这个瓶子中的水全部倒入图 2 的圣水杯杯子中，那么一共需要多少个圣水杯？

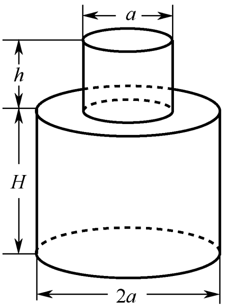


图 1

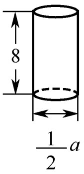


图 2

解析：$\left\{\pi\left(\frac{1}{2}\times 2a\right)^2 H+\pi\left(\frac{1}{2}a\right)^2 h\right\}\div\left\{\pi\left(\frac{1}{2}\times\frac{a}{2}\right)^2\times 8\right\}$

$=\left\{\pi a^2 H+\frac{\pi}{4}a^2 h\right\}\div\left\{\frac{\pi}{2}a^2\right\}$

$=2H+\frac{1}{2}h$（个）

答：一共需要（$2H+1/2\,h$）个圣水杯.

110. 提价

“物价”好像驾驶着神州六号，跑得飞快，越来越高．某种产品因所使用的 2 种原料相继提价，因而厂家决定根据这 2 种原料提价的情况对产品进行适当提价，现有 3 种方案：

方案甲：第一次提价 $m\%$，第二次提价 $n\%$；

方案乙：第一次提价 $n\%$，第二次提价 $m\%$；

方案丙：第一次提价 $\frac{(m+n)}{2}\%$，第二次提价 $\frac{(m+n)}{2}\%$（m，n 是互不相等的正数）.

问：在 3 种方案中，哪种方案提价最多？

解析：设原售价为单价 1，

甲：$(1+m\%)(1+n\%)=1+m\%+n\%+mn\%\%$

乙：$(1+n\%)(1+m\%)=1+n\%+m\%+nm\%\%$

丙：$\left[1+\frac{(m+n)\%}{2}\right]\times\left[1+\frac{(m+n)\%}{2}\right]=1+m\%+n\%+\frac{(m+n)^2}{4}\%\%$

甲乙相同．现在只用比较 $m\,n\%\%$……（1）与 $\frac{(m+n)^2}{4}\%\%$……（2）大小，

式（2）-（1）:

$$\frac{(m+n)^2}{4}\%\%-mn\%\%=\frac{\left[(m+n)^2-4mn\right]}{4}=\frac{(m-n)^2}{4}\geqslant 0$$

因为 $m\neq n$，所以 $\frac{(m-n)^2}{4}>0$

答：方案丙提价最多.

十一、组合趣题

“组合数学”不是一个新鲜而陌生的内容，其实我们以前接触到的不少问题，如德·梅齐里亚克的砝码问题、只许称一次洗衣粉问题等都是组合数学问题．

组合问题的解决方案：

（1）对应思想解组合问题，即所研究的问题对应着某些元素的组合．解决此类问题要注意把握每一具体问题中“对应”的确切含义；

（2）至多至少组合问题：即分类后某元素个数满足至多多少个或至少多少个的要求的组合问题．可分类或用间接法，体会两者是可以相互转化的．此类问题一定要注意避免不完全分组会产生重复造成记数出错．

分组搭配组合问题：即对某些元素按一定要求分组或按一定要求分配的问题．要掌握平均分组和不平均分组的处理方法；注意对平均分组又分配和不平均分组又分配的两种处理方法——“先分（分组）后给（分配）”和“边分（分组）边给（分配）”的把握．

111．阿里巴巴试潜入山洞

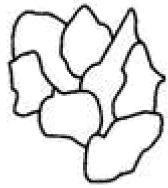
阿里巴巴试潜入山洞，在山洞入口处有一面鼓．鼓的侧面有四个一模一样的小孔，组成正方形的四个顶点．在每个孔的里面各装有一个开关．开关有“上”“下”两种状态．（注意：眼睛看不见！）如果四个开关的状态全都一致，洞门即可打开．现允许将手指伸入任意两个孔，触摸开关以了解其状态，并可随自己的意改变或不改变其状态．但每当这样做了之后，鼓就要飞快地旋转，以至在停转之后无法确认刚才触动了哪些开关．

证明：阿里巴巴至多需将手指伸入五次，就可以进入山洞．

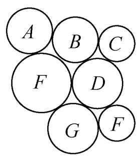
解析：两次操作（一次靠边的两小孔，一次对角线上的两小孔）把不少于 3 个开关扳为状态“上”，如果大门没有打开，这就意味着第四个开关处于状态“下”，这时阿里巴巴应将手指伸入对角线上的两个孔，如果碰到向下的开关，把它扳为“上”，从而进入山洞；如果这一对开关均向上，则把其中之一扳为下．这样，显然两个靠边相邻的开关“上”，另两个相邻开关“下”．然后阿里巴巴沿着正方形边入手；如果两个开关处于同一状态，他就改变它们状态从而进入山洞；如果两个开关状态不同，他应该都改变状态，最后一次沿对角线找到开关，改变里面的状态，这样最多五次．

112. 染色方法

某沿海城市管辖 7 个县，这 7 个县的位置如图所示，现用红、黑、绿、蓝、紫五种颜色给图染色，要求任意相邻的两个县染不同的颜色，则共有多少种不同的染色方法.



解析：根据题意：把该沿海城市的 7 个县分别编号为 A、B、C、D、E、F、G（如图），我们把此图改画成圆（相邻关系不变），下面按 A、B、C、D、E、F、G 的顺序，用红、黑、绿、蓝、紫五种颜色依次染色，共有不同的染色方法：$5\times4\times3\times3\times3\times3\times3=4860$（种）.



答：共有 4860 种染色方法.

113. 老鼠与毒药问题

有 1000 个一模一样的瓶子，其中有 999 瓶是普通的水，有一瓶是毒药．任何喝下毒药的生物都会在一星期之后死亡．现在，你只有 10 只小白鼠和一星期的时间，如何检验出哪个瓶子里有毒药？

这个问题的答案也堪称经典：把瓶子从 0 到 999 依次编号，然后全部转换为 10 位二进制数．让第一只老鼠喝掉所有二进制数右起第一位是 1 的瓶子，让第二只老鼠喝掉所有二进制数右起第二位是 1 的瓶子，等等．一星期后，如果第一只老鼠死了，就知道毒药瓶子的二进制编号中，右起第一位是 1；如果第二只老鼠没死，就知道毒药瓶子的二进制编号中，右起第二位是 0……每只老鼠的死活都能确定出 10 位二进制数的其中一位，由此便可知道毒药瓶子的编号了.

现在，有意思的问题来了：如果你有两个星期的时间（换句话说你可以做两轮

实验），为了从 1000 个瓶子中找出毒药，你最少需要几只老鼠？注意，在第一轮实验中死掉的老鼠，就无法继续参与第二次实验了.

解析：事实上，7 只老鼠足以从 $3^7=2187$ 个瓶子中找出毒药来. 首先，把所有瓶子从 0 到 2186 编号，然后全部转换为 7 位三进制数. 现在，让第一只老鼠喝掉所有三进制数右起第一位是 2 的瓶子，让第二只老鼠喝掉所有三进制数右起第二位是 2 的瓶子，等等. 一星期之后，如果第一只老鼠死了，就知道毒药瓶子的三进制编号中，右起第一位是 2；如果第二只老鼠没死，就知道毒药瓶子的三进制编号中，右起第二位不是 2，只可能是 0 或者 1……也就是说，每只死掉的老鼠都用自己的生命确定出了，三进制编号中自己负责的那一位是 2；但每只活着的老鼠都只能确定，它所负责的那一位不是 2. 于是，问题就归约到了只剩一个星期时的情况. 在第二轮实验里，让每只活着的老鼠继续自己未完成的任务，喝掉它负责的那一位是 1 的所有瓶子. 再过一星期，毒药瓶子的三进制编号便能全部揭晓了.

类似地，我们可以证明，n 只小白鼠 t 周的时间可以从（t+1）n 个瓶子中检验出毒药来.

答案：7 只老鼠就足够了.

注：十进制与三进制转换：

1（十进制）= 1（三进制）

2（十进制）= 2（三进制）

3（十进制）= 10（三进制）

4（十进制）= 11（三进制）

5（十进制）= 12（三进制）

6（十进制）= 20（三进制）

7（十进制）= 21（三进制）

8（十进制）= 22（三进制）

9（十进制）= 100（三进制）

10（十进制）= 101（三进制）

……

2186（十进制）= 2222222（三进制）

2185（十进制）= 2222221（三进制）

2184（十进制）= 2222220（三进制）

十进制与三进制转换的一种方法：

比如要把 234 这个数转为三进制数，步骤如下：

234 除以 3 等于 78，余数为：0；

78 除以 3 等于 26，余数为：0；

26 除以 3 等于 8，余数为：2;

8 除以 3 等于 2，余数为：2;

2 除以 3 等于 0，余数为：2;

倒上去写，（十进制）234 =（三进制）22200

114. 三十六军官问题

大数学家欧拉曾提出一个问题：即从不同的 6 个军团各选 6 种不同军阶的 6 名军官共 36 人，排成一个 6 行 6 列的方队，使得各行各列的 6 名军官恰好来自不同的军团而且军阶各不相同，应如何排这个方队？如果用（1，1）表示来自第一个军团具有第一种军阶的军官，用（1，2）表示来自第一个军团具有第二种军阶的军官，用（6，6）表示来自第六个军团具有第六种军阶的军官，则欧拉的问题就是如何将这 36 个数对排成方阵，使得每行每列的数无论从第一个数看还是从第二个数看，都恰好是由 1、2、3、4、5、6 组成．历史上称这个问题为三十六军官问题．

解析：三十六军官问题提出后，很长一段时间没有得到解决，直到 20 世纪初才被证明这样的方队是排不起来的．尽管很容易将三十六军官问题中的军团数和军阶数推广到一般的 n 的情况，而相应的满足条件的方队被称为 n 阶欧拉方．欧拉曾猜测：对任何非负整数 t，$n=4t+2$ 阶欧拉方都不存在．$t=1$ 时，这就是三十六军官问题，而 $t=2$ 时，$n=10$，数学家们构造出了 10 阶欧拉方，这说明欧拉猜想不对．但到 1960 年，数学家们彻底解决了这个问题，证明了 $n=4t+2$（$t\geqslant 2$）阶欧拉方都是存在的．

115. 夫妻围坐问题

有 4 对夫妻一起共进午餐，围坐在一张圆桌旁．入席时，一位先生说，为了增加交流，我们能否男女间隔而坐，并没有一对夫妻是相邻的．大家都表示赞同．请问，按这种要求，有多少种坐法？

解析：先安排女士就坐．如果我们把一桌上 8 个座位编上号（1，2，…，8）．女士们可以坐奇数号坐，也可以坐偶数号坐；如果选定了坐奇号（偶数也一样），第一位女士就坐时就有 4 种可能的选择，第二位女士就坐时只有 3 种可能的选择了……可见，安排女士们坐下，就有

$2\times 4\times 3\times 2=48$（种）方法．

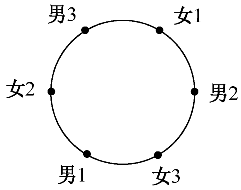


图 1

接下来安排男士就坐，这是一个很复杂的事．为此我们先把问题简单化一些．一对、两对夫妻围坐要达到本题的要求是不可能的．3 对夫妻围坐，当女士就坐之后，安排男士就只有一种方法（图 1）；4 对夫妻围坐，当女士就坐之后，男士们有两种坐法（图 2），所以，按照本题要求 4 对夫妻围坐共有 48 × 2=96（种）方法．

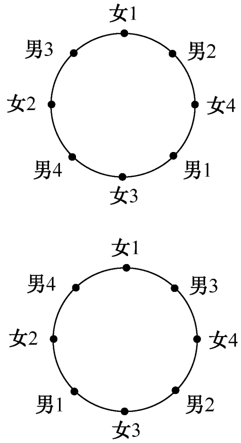


图 2

推广到一般情况，n 对夫妻围坐的方法数 Mn 可以用下面的公式来计算：

$Mn=2*n!*An$

式中的 An 表示当女士们坐定后，n 位男士的坐法，又称为夫妻数．最前面的几个夫妻是

$A_2=0$，$A_3=1$，$A_4=2$，$A_5=13$，$A_6=80$，$A_7=579$，$A_8=4738$，$A_9=43\,387$.

这样，如果有 5 对夫妻围坐，就有

$2\times5!\times A_5$

$=2\times5\times4\times3\times2\times1\times13=3120$（种）

答：共有 3120 种坐法．

116. 柯克曼女生问题

有一个学校有 15 个女生，她们每天要做三人行的散步，如果要使每个女生在一周内的每天做三人行散步，与其他同学在组成三人小组同行时，彼此只有一次相遇

在同一小组，应怎样安排？

这个问题是英国数学家柯克曼（1806～1895）于 1850 年提出，下面介绍一位英国牧师 Andrew Frost 的解答.

**解析:** 设 15 位女生用下面 15 个符号表示: $x, a1, a2, b1, b2, c1, c2, d1, d2, e1, e2, f1, f2, g1, g2$; 将它们排成七行，每天五个三人行小组（共十五人），使 x 处于七行中的最前一位置上: （$x,a1,a2$）;（$x,b1,b2$）;（$x,c1,c2$）;（$x,d1,d2$）;（$x,e1,e2$）;（$x,f1,f2$）;（$x,g1,g2$）.

于是只需分配 14 个元素，再每一行中，后继三人行小组，即对有下标的七个元素 a，b，c，d，e，f，g 进行三元素组合，填入每行，但每个字母只许出现两次. 即

Sunday：（x,a,a），（b,d,f），（b,e,g），（c,d,g），（c,e,f）；

Monday：（x,b,b），（a,b,e），（a,f,g），（c,d,g），（c,e,f）；

Tuesday：（x,c,c），（a,d,e），（a,f,g），（b,d,f），（b,e,g）；

Wednsday：（x,d,d），（a,b,c），（a,f,g），（b,e,g），（c,e,f）；

Thursday：（x,e,e），（a,b,c），（a,f,g），（b,d,f），（c,d,g）

Friday：（x,f,f），（a,b,c），（a,d,e），（b,e,g），（c,d,g）；

Saturday：（x,g,g），（a,b,c），（a,d,e），（b,d,f），（c,e,f）

现在来填下标，如果在同一行中，可以有两个相同字母，例如在第三行中 bdf,beg 中，b 出现两次，可标上不同的脚标 $b1,b2$; 若每一个“三人行”，有两个脚标已定，则在同一行，别的三人行组不能再用; 若不是由两种原则定出脚标，就定为 1.

得到解:

Sunday:（$x,a1,a2$），（$b1,d1,f1$），（$b2,e1,g1$），（$c1,d2,g2$），（$c2,e2,f2$）;

Monday:（$x,b1,b2$），（$a1,b2,e2$），（$a2,f2,g2$），（$c1,d1,g1$），（$c2,e1,f1$）;

Tuesday:（$x,c1,c2$），（$a1,d1,e1$），（$a2,f1,g1$），（$b1,d2,f2$），（$b2,e2,g2$）;

Wednesday:（$x,d1,d2$），（$a1,b2,c2$），（$a2,f2,g1$），（$b2,e1,g2$），（$c1,e2,f1$）;

Thursday:（$x,e1,e2$），（$a1,b1,c1$），（$a2,f1,g2$），（$b2,d1,f2$），（$c2,d2,g1$）;

Friday:（$x,f1,f2$），（$a1,b2,c1$），（$a2,d2,e1$），（$b1,e2,g1$），（$c2,d1,g2$）;

Saturday:（$x,g1,g2$），（$a1,b1,c2$），（$a2,d1,e2$），（$b2,d2,f1$），（$c1,e1,f2$）.

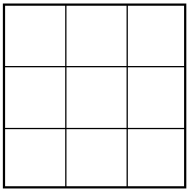
十二、分割趣题

主要根据几何图形面积相等原理构造的题目，例如要把一个矩形分割成形状相同大小相等的几部分．主要问题包括：

（1）n 条直线最多分平面问题；（2）拆线分平面问题；（3）封闭曲线分平面问题；（4）平面分割空间问题．

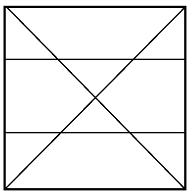
117．分割正方形

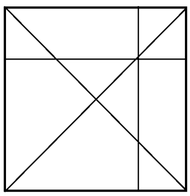
在正方形内用 4 条线段作“井”字形分割，可以把正方形分成大小相等的 9 块，这种图形我们常称为九宫格．



用 4 条线段还可以把一个正方形分成 10 块，只是和九宫格不同的是，每块的大小不一定都相等．那么，怎样才能用 4 条线段把正方形分成 10 块呢？请你先动脑筋想想，在动脑的同时还要动手画一画，手和脑同时参与活动，才能互相弥补不足，更快地找到答案．

解析：正方形是不难分割成 10 块的，下面就是其中两种分割方法．





想一想，用 4 条线段能将正方形分成 11 块吗？应该怎样分？请你画一画．

118．小垫面料

兰兰是一位心灵手巧的姑娘，她手头有两块面积分别为 9 和 16 的正方形面料

（见图 1），她轻而易举地拼成了面积为 25 的正方形小垫面料．

小朋友，你知道兰兰是如何剪拼的吗？

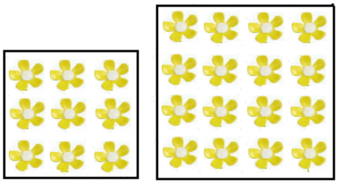


图 1

解析：见图 2:

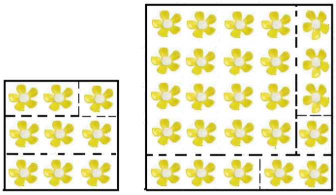
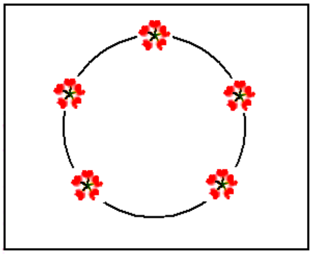


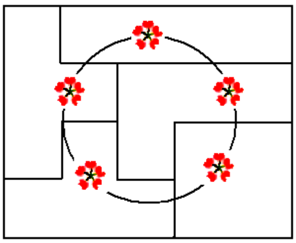
图 2

119. 分花

请将这块长方形面积分成同样大小的五块，而且每块上面都要有一束花．



解析：

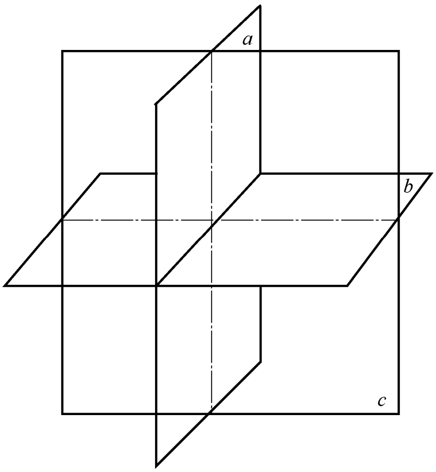


当然，也可以划分成完全不同的其他形状.

120. 切豆腐

三个平面最多能将空间分成几个相等部分？

解析：4 × 2=8，共八个部分. 两个面成十字，第三个面与两个面的交线垂直，和切豆腐一样.



121. 免嫉妒分割

三个人要分一块蛋糕，他们怎样分才能使得每个人都觉得没有人比自己得到的更多.

构造一套免嫉妒的分割方案非常困难. 1960 年，John Selfridge 和 John Conway 各自独立地分析了人数为 3 的情况，构造出了第一个满足免嫉妒条件的三人分割方案. 这种分割方案就被称为“Selfridge—Conway 算法”.

解析：首先，A 把蛋糕分成三等份（当然是按照自己的看法来分的，后面提到的切分、选取也都是这样）. 如果 B 认为这三块蛋糕中较大的两块是一样大的，那么按照 C、B、A 的顺序依次选取蛋糕，问题就解决了. 麻烦就麻烦在 B 认为较大的两块蛋糕不一样大的情况. 此时，B 就把最大的那块蛋糕的其中一小部分切下来，让剩余的部分和第二大的蛋糕一样大. 被切除的部分暂时扔在一旁，在第二轮分割

时再来处理. 接下来，按照 C、B、A 的顺序依次选蛋糕，但有一个限制：如果 C 没有选那块被修剪过的蛋糕，B 就必须选它.

这样，三人就各分得了一块蛋糕. 由于 A 是切蛋糕的人，对于他来说拿到哪一块都一样，因此 A 不会嫉妒别人. 由于 B 选取的是两个较大块中的一个，因此 B 也不会嫉妒别人. 由于 C 是第一个选蛋糕的，显然他也不会嫉妒别人. 因此，就目前来说，三个人之间是不会有嫉妒发生的.

但是，还有一小块被切除的部分没分完，因此分割流程进入第二轮.

在 B 和 C 之间，一定有一个人选择了那块被修剪过的蛋糕. 不妨把这个人重新记作 X，另一个人就记作 Y. 让 Y 把最后那一小块分成三等份，按照 X、A、Y 的顺序依次挑选蛋糕，结束第二轮流程. 这一轮结束后，每个人都又得到了一小块蛋糕. 由于 X 是第一个选蛋糕的人，X 显然不会嫉妒别人；由于 Y 是分蛋糕的人，Y 也不会嫉妒别人. 由于 A 比 Y 先选，A 不会嫉妒 Y. 最后，A 也是不会嫉妒 X 的，因为即使 X 拥有了第二轮中的全部蛋糕，X 手里的蛋糕加起来也只是第一轮开始时 A 等分出来的其中一块蛋糕，这是不可能超过 A 的. 这就说明了，三个人之间仍然不会有嫉妒发生，Selfridge—Conway 算法的确满足免嫉妒条件.

注：Selfridge—Conway 算法只能在三人分蛋糕时使用，并不能扩展到人数更多的情况. 对于人数更多的情况，免嫉妒分割问题更加困难，目前数学家们还没有找到一个比较可行的方案. 正如数学家 Sol Garfunkel 所说，分蛋糕问题是 20 世纪数学研究中最重要的问题之一. 直到现在，也还有一大群数学家正投身于分蛋糕问题之中，研究包括免嫉妒性在内的各种公平条件，致力于构造新的公平分割方案.

十三、汉字推理题目

专家分析指出，在行政职业能力测试中图形推理是必考的题型，这类题型考察了考试观察、抽象推理能力，体现了一种文化公平．

汉字类是图形推理考查的角度之一，解答这类题目时，部分考试还从汉字的拼音等角度来解题，这样的思路不正确，原因在于其违反了文化公平的原则；以往年份有些省份考察一至两道题目，2011 年国考也考察了一道题目，可见这类题目得到了重视；由于汉字不同于普通的图形，有其独特性．现通过对题目的分析，总结一下汉字类推理题目的解题思路．

122. 笔画考察

丁　认　名	人　见　？

义	本	式	以
A	B	C	D

解析：本题目考察汉字的笔画．前面一组图形笔画数分别是：2、4、6；后面一组图形笔画数：2、4、?；因此选择一个图形具有 6 笔画即可．

答：C.

123. 封闭区域考察（1）

10	衷	品	器	？

田	688	888	晶
A	B	C	D

解析：本题目考察封闭区域即面的个数．题干中封闭区域的个数分别为：1、2、3、4、?；因此选择一个图形具有 5 个封闭区域即可．

答：B.

124．封闭区域考察（2）

联	姗	藏	沮	?

血	意	副	廉
A	B	C	D

解析：本题目考察封闭区域即面的个数．题干中封闭区域的个数分别为：3、3、3、3、?；因此选择一个图形具有 3 个封闭区域即可：

答：A.

125．求同问题

粘　贴　点	运　动　?

队	员	式	会
A	B	C	D

解析：本题目考察求同．前面一组图形求同，相同元素是“占”；后面一组图形，前面两个的共同元素是“云”，因此选 D;

答：D.

126. 求异问题

边	动	运	目	夫	？

内	囚	天	人
A	B	C	D

解析：本题目考察求异．考察求同必考察求异；前面一组图形中第一个与第二个图形不同元素是：“之”“云”，这两个元素组合后正好是第三个图形；后面一组图形，前面两个图形的不同元素是“口”“人”，组合成第三个图形，因此选 B.

答：B.

127. 找不同

（多选题）从以下四个汉字中，选择一个与其他图形不同的图形.

爸　妈　儿　女

解析 1：本题目考察封闭空间．“爸”、“妈”、“女”都存在封闭区域，但是“儿”没有.

答案 1：儿；

解析 2：本题目考察元素的个数．元素是指图形的组成单位，“爸”、“妈”、“儿”都是由两个元素组成的，但是“女”元素个数是 1.

答案 2：女.

十四、趣味数学故事

128. 没有捷径可走

古希腊的阿基米得不仅是一个卓越的科学家，而且是一个很好的老师，他生前培养过许多学生，在这些学生中有一个特别的人物，他就是希腊国王多禄米.

闲着没事的多禄米，有一天忽然心血来潮想学一点儿什么东西．当时，阿基米得已是一位十分著名的科学家了．多禄米想了一想，决定把阿基米得请来，拜他为师，学习一点几何知识.

接到国王召见，阿基米得不敢怠慢，急忙来到了皇宫．这里金碧辉煌，气势典雅．白玉大理石铺成的透明地板，水晶珍珠般的吊灯，雕龙刻虎的巨大梁柱，把整座宫殿装扮得格外豪华、漂亮．阿基米得一边欣赏着宫殿中的装饰，一边心想，这些宏伟的建筑中不知凝结了多少科学家和劳动人民的智慧和心血，尤其是那些精巧、别致的设计，无不反映出建造者们在数学尤其是几何学方面很深的造诣．从此以后，阿基米得就当上了国王的私人数学教师．刚开始上几何课时，国王挺认真，似乎下了决心要学好这门课．可是，时间一长，多禄米的兴趣就逐渐往下滑了，尽管阿基米得讲授的几何学内容都很浅显，但对于不爱学习的国王而言，一堂课的时间简直比一年还长，国王日益显出不耐烦的情绪.

对国王情绪的变化，阿基米得看到眼里，记在心中．他仍然一如既往的认真讲课．细心而又耐心地向多禄米讲解着各种几何的图形、原理及计算方法．可是多禄米对眼前出现的一个个三角形、正方形、菱形的图案毫无兴趣，有点昏昏欲睡了．阿基米得来到多禄米的身边，用手推推国王．这位国王勉强睁开惺忪的睡眼，没等阿基米得说话，国王反问："请问，到底有没有比你的方法简捷一些的学习几何学的方法和途径？你的这种方法实在太难学了．"

听了国王的问题，阿基米得思考着，冷静地回答道："陛下，乡下有两种道路，一条是供老百姓走的乡村小道，一条是供皇家贵族走的宽阔的坦途，请问陛下走的是哪一条道路呢？"

"当然是皇家的坦途呀！"多禄米回答得十分干脆，但又感到茫然不解.

阿基米得继续说："不错，您当然是走皇家的坦途，但那是因为您是国王的缘故．可现在，您是一名学生．要知道，在几何学里，无论是国王还是百姓，也无论是老师还是学生，大家只能走同一条路．因为，走向学问是没有什么皇家大道的．"国王多禄米眨巴着眼睛，似懂非懂地思考了一下，总算理解了阿基米得这番话的含

意，于是重新打起精神，继续听阿基米得讲课．这个故事说明了一个道理：追求科学知识没有捷径可走，科学知识对任何人都是一视同仁的．正如伟大的革命导师马克思所说："在科学的道路上，是没有平坦的大路可走的，只有在那崎岖小路上不畏劳苦地攀登着的人们，才有希望到达光辉的顶点．"

129．第一次数学危机

大约公元前 5 世纪，不可通约量的发现导致了毕达哥拉斯悖论．当时的毕达哥拉斯学派重视自然及社会中不变因素的研究，把几何、算术、天文、音乐称为"四艺"，在其中追求宇宙的和谐规律性．他们认为：宇宙间一切事物都可归结为整数或整数之比，毕达哥拉斯学派的一项重大贡献是证明了勾股定理，但由此也发现了一些直角三角形的斜边不能表示成整数或整数之比（不可通约）的情形，如直角边长均为 1 的直角三角形就是如此．这一悖论直接触犯了毕氏学派的根本信条，导致了当时认识上的"危机"，从而产生了第一次数学危机．

到了公元前 370 年，这个矛盾被毕氏学派的欧多克斯通过给比例下新定义的方法解决了．他的处理不可通约量的方法，出现在欧几里得《原本》第 5 卷中．欧多克斯和狄德金于 1872 年给出的无理数的解释与现代解释基本一致．今天中学几何课本中对相似三角形的处理，仍然反映出由不可通约量而带来的某些困难和微妙之处．第一次数学危机对古希腊的数学观点有极大冲击．这表明，几何学的某些真理与算术无关，几何量不能完全由整数及其比来表示，反之却可以由几何量来表示出来，整数的权威地位开始动摇，而几何学的身份升高了．危机也表明，直觉和经验不一定靠得住，推理证明才是可靠的，从此希腊人开始重视演绎推理，并由此建立了几何公理体系，这不能不说是数学思想上的一次巨大革命！

130．第二次数学危机

伴随着 17 世纪末牛顿和莱布尼兹发现微积分而发生的激烈争论，发生了第二次数学危机．从历史或逻辑的观点来看，这次危机的发生带有必然性．

这次危机的萌芽出现在大约公元前 450 年，埃利亚数学家芝诺注意到由于对无限性的理解问题而产生的矛盾，提出了关于时空的有限与无限的 4 个悖论．

芝诺悖论的提出可能有更深刻的背景，不一定是专门针对数学的，但是它们在数学王国中却激起了一场轩然大波．它们说明了希腊人已经看到"无穷小"与"很小很小"的矛盾，但他们无法解决这些矛盾．其后果是：希腊证明几何中从此就排除了无穷小．

经过许多人多年的努力，终于在 17 世纪晚期，形成了无穷小演算——微积分这门学科．牛顿和莱布尼兹被公认为微积分的奠基者．他们的功绩主要在于：把各种有关问题的解法统一成微分法和积分法；有明确的计算步骤．微分法和积分法互为逆运算．由于运算的完整性和应用的广泛性，微积分成为解决问题的重要工具．同时，关于微积分基础的问题也越来越严重．

求速度为例，瞬时速度是 $\Delta s/\Delta t$，当 Δt 趋近于零时的值．是零，是很小的量，还是什么东西？无穷小量究竟是不是零？无穷小及其分析是否合理？由此而引起了数学界甚至哲学界长达一个半世纪的争论，造成第二次动摇数学理论基础的危机．

无穷小量究竟是不是零？两种答案都会导致矛盾．牛顿对它曾作过三种不同解释：1669 年说它是一种常量；1671 年又说它是一个趋于零的变量；1676 年又说它是“两个正在消逝的量的最终比”．但是，他始终无法解决上述矛盾．莱布尼兹试图用和无穷小量成比例的有限量的差分来代替无穷小量．但是，他也没有找到从有限量过渡到无穷小量的桥梁．

英国大主教贝克莱于 1734 年发表文章攻击说，流数（导数）“是消失了的量的鬼魂……能消化得了二阶、三阶流数的人，是不会因吞食了神学论点就呕吐的．”他说，用忽略高阶无穷小而消除了原有的错误，“是依靠双重的错误得到了虽然不科学，但却是正确的结果．”贝克莱虽然也抓住了当时微积分、无穷小方法中一些不清楚、不合逻辑的问题，不过他是出自对科学的厌恶和对宗教的维护，而不是出自对科学的追求和探索．

当时一些数学家和其他学者，也批判过微积分的一些问题，指出其缺乏必要的逻辑基础．例如，罗尔曾说：“微积分是巧妙的谬论的汇集．”在那个勇于创造的时代的初期，科学中，逻辑中存在这样那样的问题，并不是个别现象．莱布尼兹在研究级教时，也认为格拉弟的结论：“$1-1+1-1\ \cdots\cdots=1/2$”是正确的，并解释说，这就像一件东西，今天放在这个人处，明天放在那个人处，于是相当一人一半．现在稍有些数学知识的人都知道，上述级数是不存在和值的．对于无穷级数来说，有些运算律并非都可以用，而要看条件．例如，对上面的级数，如果利用结合律，则有：

$$1-1+1-1+\cdots=(1-1)+(1-1)+\cdots=0+0+0+\cdots=0$$

利用交换律和结合律，就有：

$$1-1+1-1+\cdots=1+1+1+(1-1)+(1-1)+\cdots=1+1+1+0+0+0+\cdots=3$$

利用结合律和分配律，就有：

$$1-1+1-1+\cdots=1-(1-1)-(1-1)-\cdots=1-0-0-\cdots=1$$

由此可见，如果不顾条件的话，尽管是正确的定律也会导出荒谬的结果．18 世纪的数学思想的确是不严密的、直观的．它强调形式的计算而不管基础的可靠．其中特别是：没有清楚的无穷小概念，从而导数、微分、积分等概念不清楚；无穷大概念不清楚；发散级数求和的任意性，如上述级数可等于 1/2、0、3、1，等；不考

虑连续性就进行微分，不考虑导数及积分的存在性以及函数可否展成幂级数等.

直到 19 世纪 20 年代，一些数学家才开始关注微积分的严格基础. 从波尔查诺、阿贝尔、柯西、狄里赫利等人的工作开始，到魏尔斯特拉斯、狄德金和康托的工作结束，中间经历了半个多世纪，基本上解决了矛盾，为数学分析奠定了一个坚实的基础. 波尔查诺给出了连续性的正确定义. 阿贝尔指出要严格限制滥用级数展开及求和. 柯西在 1821 年的《代数分析教程》中从定义变量出发，认识到函数不一定要有解析表达式；他抓住极限的概念，指出无穷小量和无穷大量都不是固定的量而是变量，无穷小量是以零为极限的变量；并且定义了导数和积分. 狄里赫利给出了函数的现代定义. 在这些工作的基础上，魏尔斯特拉斯消除了其中不确切的地方，给出现在通用的极限的ε—δ定义，连续的定义，并把导数、积分严格地建立在极限的基础上.

19 世纪 70 年代初，魏尔斯特拉斯、狄德金、康托等人独立地建立了实数理论，而且在实数理论的基础上，建立起极限论的基本定理，从而使数学分析建立在实数理论的严格基础之上.

131. 第三次数学危机

数学史上的第三次危机，是由 1897 年的突然冲击而出现的，到现在，从整体来看，还没有解决到令人满意的程度. 这次危机是由于在康托的一般集合理论的边缘发现悖论造成的. 由于集合概念已经渗透到众多的数学分支，并且实际上集合论成了数学的基础，因此集合论中悖论的发现自然地引起了对数学的整个基本结构的有效性的怀疑.

1897 年，福尔蒂揭示了集合论中的第一个悖论. 两年后，康托发现了很相似的悖论. 1902 年，罗素又发现了一个悖论，它除了涉及集合概念本身外不涉及别的概念. 罗素悖论曾被以多种形式通俗化. 其中最著名的是罗素于 1919 年给出的，它涉及某村理发师的困境. 理发师宣布了这样一条原则：他给所有不给自己刮脸的人刮脸，并且，只给村里这样的人刮脸. 当人们试图回答下列疑问时，就认识到了这种情况的悖论性质："理发师是否自己给自己刮脸？"如果他不给自己刮脸，那么他按原则就该为自己刮脸；如果他给自己刮脸，那么他就不符合他的原则.

罗素悖论使整个数学大厦动摇了. 无怪乎弗雷格在收到罗素的信之后，在他刚要出版的《算术的基本法则》第 2 卷末尾写道："一位科学家不会碰到比这更难堪的事情了，即在工作完成之时，它的基础垮掉了，当本书等待印出的时候，罗素先生的一封信把我置于这种境地". 于是终结了近 12 年的刻苦钻研.

承认无穷集合，承认无穷基数，就好像一切灾难都出来了，这就是第三次数学危机的实质. 尽管悖论可以消除，矛盾可以解决，然而数学的确定性却在一步一步

地丧失．现代公理集合论的大堆公理，简直难说孰真孰假，可是又不能把它们都消除掉，它们跟整个数学是血肉相连的．所以，第三次危机表面上解决了，实质上更深刻地以其他形式延续着．

132. 金字塔不解之谜

位于埃及被称为“七大奇迹”之冠的金字塔是一个令人费解的谜，也是一个令人惊叹的建筑．

首先值得讨论的是金字塔是谁造的，如何造的．最有说服力的观点是金字塔是外星人造的，因为要是穿过金字塔（胡夫金字塔）的子午线就能正好把地球的海洋分成相等的两半；

用胡夫金字塔的塔高乘以十亿等于地球到太阳的距离；胡夫金字塔的重量乘以 10 的十五次方等于地球的重量；胡夫金字塔正好坐落在地球各大陆引力的中心……这些事难道都是巧合吗？说到运输，金字塔上的巨石每块都重达 2～10 吨，在那时根本无法运输，如果你说是人造的话，就别说那些复杂的数字是怎么算出来的，光说运输就是不可能的呀：如果用滚木法，不就相当于自杀吗，因为当时的树木十分稀少，只有一种树长得较多，可人们当时就靠这种树的果实生活呀．它的树叶也是遮阳光的好材料，就算砍下来，也会被巨石压得粉身碎骨，所以它不是做滚木的材料，那么会不会是从外地进口来？那就意味着古埃及将有一个庞大的船队或车队，运到埃及还需要马车之类的工具才好运到工地，就不说 4500 年前有没有这样的巨大船队和车队，光马车还得在金字塔建好后 900 年才出现，所以也不可能从外地进口．从这点可以说明古埃及人无法造出金字塔，只有高度发达的外星人才能做到．

下面讨论的就是金字塔里的壁画和“彩电”之谜．首先，在金字塔里竟然有一台“彩电”．有位考古学家宣布：他在金字塔的一个箱子里发现了一台完好无损的类似彩色电视机的仪器，和现在的彩电有较大区别，不能摇控，只能收到一个电台的节目，它有 4 个三角形的荧光屏，屏的四周都镀了黄金，它的机件是目前最先进的钛制造的，它虽已不能工作，可太阳能电池也可以装在其他机器上用．金字塔里面的壁画令人万分惊奇．其中有几幅壁画令人不解，画的是几个人，他们身上穿的衣

服很奇怪，像是太空服，周围一片黑暗，好像是在太空．还有画的是一架“飞机”，它与真正的飞机极为相似．另外画的还有一个“太空船”像是在在外太空……这些古代没有的科学跃然纸上．“电视机”和那些神秘的壁画可以证明当时的人无法做到，因此很有可能是外星人造的．

现在要说的是胡夫金字塔内的几块巨石是什么．在胡夫金字塔里的中间放着几块巨石，有人说那是一种接收石，可以接收信号．有人曾把接收器放在金字塔旁，五天后，这接收器接到一个奇怪的信号，非常乱，不像是地球人发的信号，人们只能把目光投向外太空．那几块巨石很有可能是接收石，不然怎么可能在它的附近接收到神秘信号呢？可古埃及要它干吗？给谁发信号？怎么知道它能接收信号的？这还是个谜．但不管怎么说，地球人那时找不到这样的接收石，通过这一点同样能证明金字塔不是人类造的．

埃及 80 多座金字塔都具有一种神秘之力，这种力使人或其他物体产生奇异的效应．金字塔里的温度很高，可它里面的生物遗体却不腐烂，反而脱水变干，因此，一定是金字塔有一种不可思议的力量在起作用．后来有些科学家进去考察．他们进去后，带的电子仪器都失灵了．有些学者还发现在塔内长时间停留，会使人精神失调，意识模糊．为了证明这一点，有人在金字塔内睡了一觉，到了第二天，果然头脑发昏，幸好被人救出．游客长时间在里面也有这种感觉，有的人甚至死了．还有许多学者做了有趣的实验，他们把相同的牛奶分成两杯，一杯放在自制的金字塔模型内．另一杯则放在外面，经过两天时间，模型里面的牛奶干得像奶酪一样，但未变质，而另一杯却已经变质了．研究人员后来改变了实验方法，把金字塔模型再加缩小，把很多模型并排放在桌上，然后把实验品放在模型的顶部而不是内部，再观察结果．首先放上去的是一瓶酒，8 小时后味道变甜,更加清香可口了．再把烟卷放在上面，1 小时后抽起来更加芬芳了．最后拿橘子汁做实验，3 小时后开始发生变化，5 小时后橘子汁脱酸变甜，72 小时后橘子汁分成较明显的 3 层，上层透明，中层半透明，下层有沉淀物．金字塔确实有一种力，可这力从哪儿来？为什么会有力？连现在的科技也无法解开这些问题，更别说古代了．这一点还可以证明金字塔不是人类造的．

有许多人都亲眼目睹过 UFO（不明飞行物），而在金字塔附近也常出现过 UFO．这些不明飞行物的形状主要有：子弹形、圆盘形、火球状．与别的地方出现的很像，有些人都对这些金字塔附近的飞行物都有自己的看法：有的说是自然现象造成的；有的说是那些目击者在撒谎，有的说是飞机；还有的说是来自别的星球的飞行物．如果说是目击者在撒谎，只可能有少部分人在说谎，因为目击证人说时都有测谎仪，证明一些人说的是事实，他的确看到了 UFO，而且也有一些学者在考察金字塔时看到的并拍下了照片．如果说是飞机，有可能是因为光线问题，只有子弹形与飞机很像，可有火球状的飞机吗？飞机是一个亮亮的圆盘吗？要是说那些 UFO 是人造物或自然现象的话，可能也是有少部分是的，因为有的速度非常快，几乎和

宇宙飞船差不多了，连雷达都发觉不到．很有可能是当时造金字塔的星球的人类的飞行物来“看看”金字塔的．

最后，这一点可能大家都知道．有些科学家在解剖木乃伊后都死了，这对应了金字塔门前的一块石碑，上面写着：“所有打破法老安静的人，都得死！”为什么呢？巧合吗？不，我不觉得，没这么巧的事！有人能控制我们，也许是外星人吧．

以上几点都可以让人不得不相信金字塔是外星人造的，我的观点就是“外星说”．但是不管怎么样，金字塔之谜总有一天会被人们解开！

参 考 文 献

[1] 邢书田，邢治．智慧星趣味数学（七年级）．天津：天津教育出版社，2007.1.

[2] 邢书田，孙国斌．计量趣味数学（网络版）．山东：山东科技出版社，2007.8.

[3] [美]马丁·加德纳选编，谈伯祥译．萨姆·劳埃德的数学趣题续编．上海：上海科技教育出版社，2000.1.

[4] 郁祖权著．中国古算解趣．北京：科学出版社，2006.6.

[5] [德]福尔克·泊尔斯编著，马怀琪译. 数学狂想曲——反常思维．北京：现代出版社，2006.10.

反侵权盗版声明

举报电话：（010）88254396；（010）88258888

传　　真：（010）88254397

E-mail：　dbqq@phei.com.cn

通信地址：北京市万寿路 173 信箱

电子工业出版社总编办公室

邮　　编：100036

我超喜欢的趣味数学书 初中一年级

数学是打开科学大门的钥匙。

——（英）培　根

宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日用之繁，无处不用数学。

——（中）华罗庚

数学是一种精神，一种理性的精神。正是这种精神，激发、促进、鼓舞并驱使人类的思维得以运用到最完善的程度，也正是这种精神，试图决定性地影响人类的物质、道德和社会生活……

——（美）克莱因

拾撷古今数学智慧　感悟中外数学经典

启迪缜密数学思维　激发无限数学潜能

上架建议：初中数学课外读物

ISBN 978-7-121-20387-9

定价：22.80元

策划编辑：贾　贺　徐云鹏
责任编辑：张　京
封面设计：朝天世纪